

“数学是文化的一部分，就像音乐、诗歌和哲学一样。”

——伊斯雷尔·盖尔范德

盖尔范德，他预见了一个尚未结束的故事

陈关荣

(香港城市大学)

伊斯雷尔·盖尔范德 (Israel Moiseevich Gelfand, 1913 年 9 月 2 日—2009 年 10 月 5 日) 出生于乌克兰南部 Okny 镇 (现称 Krasni Okny) 的一个普通犹太人家庭。

盖尔范德初中毕业后进入了一间职业技术学校受训当化学实验员，未结业便失学了。1930 年初，16 岁的他从家乡孤身来到莫斯科投靠远亲自寻生计。他在莫斯科四处做临工，但经常失业。后来他在列宁图书馆找到一份外借图书管理员的工作。在那里，他如饥似渴地自学那些以前没有学到的知识。他结识了几个大学生，便常常安排时间跟随他们去莫斯科大学听课。他最有收获的是旁听了数学家米哈伊尔·拉夫连季耶夫 (Mikhail A. Lavrentyev, 1900-1980) 组织的复变函数讨论班。

1932 年，没有大学学历的盖尔范德由于各种出众的数学表现被破格录取为莫斯科大学的研究生，师从著名数学家安德雷·柯尔莫哥洛夫 (Andrey N. Kolmogorov, 1903-1987)。从此以后，用盖尔范德自己的话来说，他的学术生涯“平常而正规，进入了数学家通常的轨道”。

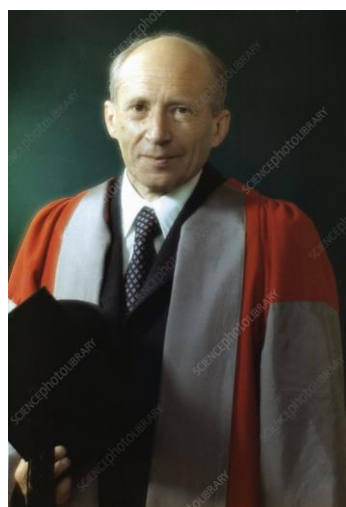


图 1 盖尔范德 (1913-2009)

【一】喜欢数学的少年

在介绍盖尔范德如何“进入了数学家通常的轨道”而成长为“20世纪最伟大的数学家之一”之前，先来回顾一下他小时候是如何学习数学的。

盖尔范德的家乡 Okny 镇里只有一所中学。他 12 岁上初中时，自己弄明白了有些几何题目是不能用代数方法去求解的。有一次，他对正弦曲线的图形每隔 5 度算出一个弦长并制成了表格。后来他当然明白，是自己“创制”了一个三角函数表。那段时间，在没有相应的代数课本的情况下，他还做完了一本初等代数习题集。这个小小的成功让他明白并且记住了一个道理，就是通过解题是可以进入一个数学新领域的。

到了 13 岁时，他对平面几何产生了特别的兴趣。他注意到有些直角三角形边长为 3、4、5，或者 5、12、13，就想求出边长为整数的全部直角三角形。结果，他又“发明”了勾股定理。

那个时候他家贫环境差，经常生病。但每当病倒在床上，特别是学校放假的时候，他就自己学习数学，结果很有收获。多年以后，他竟然经常让儿子病愈后在家里多住几天，说是有能力学生在生病时窝在家里可以做很多事情。

盖尔范德小时候家境贫困的情形是别人难以想象的，比如要父母买一个练习本都是一种奢求。后来他终于得到了一个练习本，于是就在每一页上都抄满了数学定理的陈述和证明。他后来回忆说，这让他学会了怎样去写一本数学著作。

对于很有数学天分的盖尔范德来说，数学书籍的缺乏是他进一步发展的严重障碍。他经常看到高等数学书的广告，猜测高等数学大概是非常有趣的。可惜穷父母不可能给他买这些书本。15 岁那年，他得了阑尾炎，需要去大城市敖德萨（Odessite）医院做切除手术。他趁机跟父母亲耍赖，说如果你们不给我买高等数学书我就不去医院了。父母无奈给他买了一本乌克兰文的《高等数学教程》。可怜的爸妈只够钱买了第一卷，其内容包括平面解析几何和初等微积分。

盖尔范德觉得很幸运，有机会从一本正规的大学教程开始学习高等数学了。他手术后第三天开始，就迫不及待地开始看这本书，穿插着还读了法国作家埃米尔·左拉（Emile Zola, 1840-1902）的一本小说。在医院的九天，他读完了这本高等数学第一册。期间，他还独自推导出了欧拉-马克劳林公式、伯努利数递推公式、前 n 个自然数 p 次幂的求和公式。对他来说，最大的收获是锻炼了独立解题的能力和养成了解题后继续探求进一步结果的好习惯。

到了 1930 年，16 岁的盖尔范德便告别父母，独自到莫斯科做工自谋生路去了。

【二】数学家的杰出贡献

1932 年，盖尔范德成为了莫斯科国立大学的研究生，师从大数学家柯尔莫哥洛夫。

研究生学习期间，在导师引领下盖尔范德进入了当时新兴的泛函分析领域。1935年，盖尔范德以抽象函数和线性算子为论题获副博士学位。他证明了泛函分析特别是完备赋范空间的许多基本性质，建立了通过连续线性泛函把其中许多问题转化为经典分析问题的一些普适方法。

1940年，盖尔范德获苏联物理与数学科学博士学位。在学位论文中，他创立了交换赋范环论，奠定了 Banach 代数的基础。在这领域里，他后来建立了全新的表示论，还把希尔伯特空间中线性算子的谱理论推广到赋范代数中。一个有趣的例子是他应用赋范环的理论和技巧，仅用了 5 行字的篇幅就推出了诺伯特·维纳（Norbert Wiener, 1894-1964）早前一篇长文中证明的一条著名定理：如果一个不取零值的函数可展开为绝对收敛的傅里叶级数，则其倒数也可展开为绝对收敛的傅里叶级数。接下来，盖尔范德开创了 C*代数的研究。

1943年，盖尔范德成为了莫斯科国立大学教授，后来还在苏联科学院应用数学研究所任职。1950年代，盖尔范德在纯粹数学和应用数学的多个分支开展了大量卓有成效的研究，成果累累。他的主要贡献涵盖泛函分析、调和分析、群表示论、积分几何、广义函数、微分方程、数学物理等领域。此外，1958年后他还开展了对生物学和生理学的深入研究，并且在苏联科学院成立和领导了一个生物物理研究所。在生物医学领域中，他研究 X-光和 CT 扫描的数学问题，还改进了约翰·拉东（Johann K. A. Radon, 1887-1956）的图像变换从而开创了一门全新的积分几何学。

盖尔范德发表论文近 500 篇，其中以他个人名义发表的有 33 篇，只占总数 7%，而联名发表的合作者共有 206 位，包括中国数学家夏道行。他还出版了教材和专著 18 本。1980 年代末，Springer 出版社出版了《盖尔范德文选》3 卷，收入作者自选论文 167 篇。1958 年至 1966 年间，盖尔范德牵头编辑出版了 6 大卷的巨著《广义函数》。其中，第一卷讨论广义函数的定义、基本性质和傅里叶变换以及各种特殊类型的广义函数；第二卷考察各种类型基本函数空间及其上的广义函数以及相应的傅里叶变换；第三卷应用广义函数研究偏微分方程组柯西问题解的存在唯一性和适定性以及自伴微分算子按特征函数的展开；第四卷研究核空间及其应用并引进装备希尔伯特空间，以及正定广义函数、广义随机过程与线性拓扑空间上的测度论；第五卷以积分几何为基础，讨论洛伦兹群及相关齐性空间上的调和分析；第六卷引进表示论与自守函数。这套专著享有极高的国际声誉，有中、英、法、德文译本，是分析类型数学家的基本教材和参考资料。



图 2 盖尔范德（莫斯科国立大学）

盖尔范德的数学研究与数学教学紧密联系在一起。他在莫斯科国立大学经常给低年级本科生上课，1944年起又为年轻老师和研究生开办泛函分析讨论班，之后又开办理论物理讨论班。盖尔范德组织和指导的讨论班一直持续到他晚年，成为苏联发展泛函分析和培训数学新秀的一个主要基地。盖尔范德素来幽默风趣，他多次戏说：“本讨论班面向一般的高中生，良好的本科生，优秀的研究生和杰出的教授”。和他合作的一批年轻人都先后来自他的讨论班，其中许多后来成为著名数学家，包括数学界熟悉的F. Berezin、J. Bernstein、E. Dynkin、A. Goncharov、D. Kazhdan、A. Kirillov、M. Kontsevich、A. Zelevinsky等，特别是1990年沃尔夫数学奖得主伊利亚·皮亚捷茨基-沙皮罗（Ilya Piatetski-Shapiro, 1929-2009）。皮亚捷茨基-沙皮罗认为，当时的苏联数学界有三位泰斗，就是师徒三代的柯尔莫哥洛夫、盖尔范德和伊戈尔·沙法列维奇（Igor R. Shafarevich, 1923-2017）。他说：“盖尔范德是最卓越的。他既有沙法列维奇那样深刻的数学造诣，又有柯尔莫哥洛夫那样广博的知识。此外，盖尔范德还有一个特别的才能：他能够同时从事几个基本领域的研究而不感到吃力。……在这方面，盖尔范德是无与伦比的。”

值得一提的是，或许是由于自己年轻时家贫失学的缘故，盖尔范德对中学生的数学教育特别关心。他是1930年代莫斯科数学奥林匹克竞赛的发起人之一，还参与设立了一所远程数学函授学校。他领头和几位数学家朋友一起为中学生编写了5本基础数学读物：《代数》《几何》《三角函数》《函数和图像》《坐标方法》，英文版在2000年代由Springer出版社出版，中译版收录在《盖尔范德中学生数学思维丛书》中。

盖尔范德90高龄时回忆过去，非常感激自己人生各个阶段的老师：“对我来说，最重要的老师是Schnirelman，他是一个英年早逝的天才数学家。然后有Kolmogorov、Lavrentyev、Plesner、Petrovsky、Pontriagin、Vinogradov、Lusternik，他们各不相同……但他们都是伟大的数学家。我对他们所有人都非常感激，我从他们那里学到了很多。”

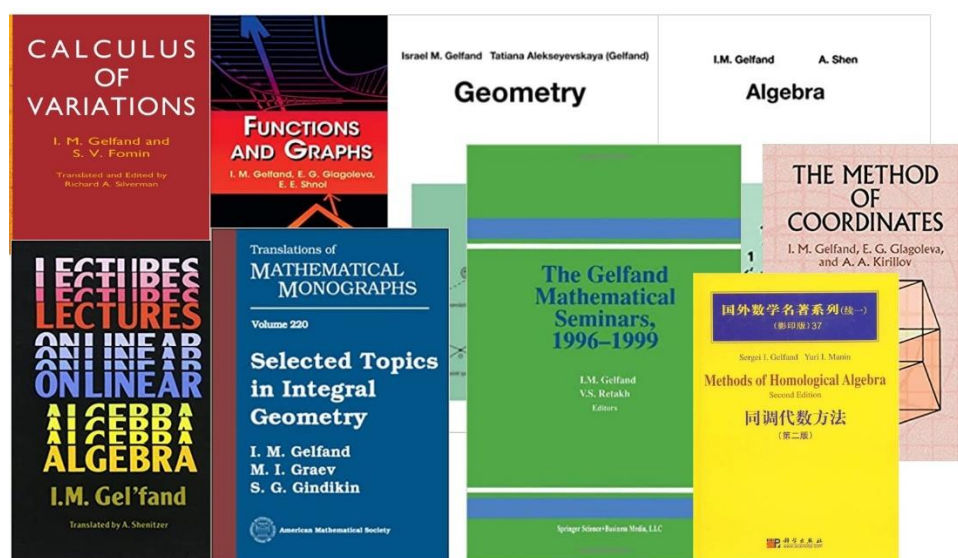


图3 盖尔范德的部分著作

【三】奖励和荣誉

盖尔范德曾在国际数学家大会上做过 3 次全会报告（1954, 1962, 1970 年），足以表明他在当代数学发展中的重要地位。事实上，迄今为止只有维多·沃尔泰拉（Vito Volterra, 1860-1940）做过 4 次全会报告，以及埃利·嘉当（Élie Cartan, 1869-1961）、拉斯·阿尔福斯（Lars Ahlfors, 1907-1996）和安德烈·韦伊（André Weil, 1906-1998）做过 3 次全会报告。

盖尔范德于 1953 年当选为苏联科学院通讯院士，1984 年当选为院士。他于 1968 年至 1970 年担任莫斯科数学会主席。后来，他三次荣获列宁奖章（第一次在 1973 年），以及被誉为“日本诺贝尔奖”的京都奖（1989 年）、美国文化界的最高荣誉 MacArthur Fellow（1994 年）和美国数学会的终生成就奖（2005 年 L. P. Steele Prize）。

盖尔范德还是英国皇家学会、美国国家科学院、美国艺术与科学院、巴黎科学院、瑞典皇家科学院的院士。他获牛津大学、哈佛大学、巴黎大学授予荣誉博士学位。

1978 年，盖尔范德和德国数学家卡尔·西格尔（Carl L. Siegel, 1896-1981）分享了以色列沃尔夫（Wolf）基金会设立的第一届沃尔夫数学奖。可是，由于他在 1968 年参与苏联 99 个数学家联名的一封公开信，要求政府释放因不同政见而被关进精神病院的数学家亚历山大·叶赛宁-沃尔平（Alexander Esenin-Volpin, 1924-2016），加上苏联和以色列早前已经断绝了外交关系，盖尔范德被禁止出席当年的颁奖典礼，让沃尔夫奖第一次颁发就遭遇尴尬。直到 1988 年，盖尔范德才得以前往以色列补领十年前荣获的奖章。

顺便提及，至今获得沃尔夫数学奖的华人数学家只有陈省身（1983 年）和丘成桐（2010 年）。

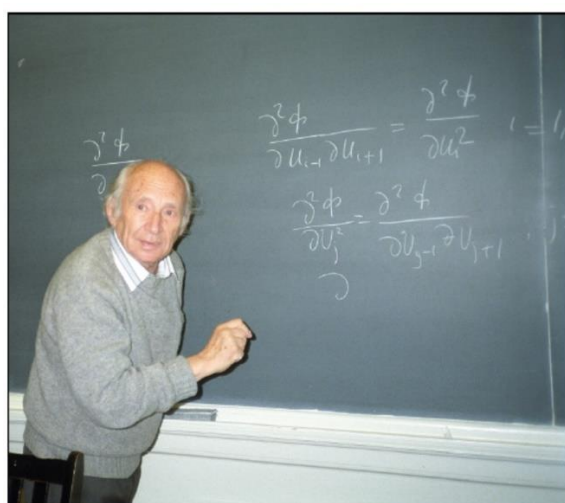


图 4 盖尔范德在 MIT 讲课

【四】尚未结束的故事

1989年，76岁的盖尔范德移居美国。他在哈佛大学和麻省理工学院访问了一段时间之后，被罗格斯大学（Rutgers University）聘为终身杰出访问教授。

2009年10月5日，盖尔范德在新泽西州 New Brunswick 去世，享年96岁。

盖尔范德和第一任夫人 Zorya Shapiro 养育有3个儿子，Sergei 和 Vladimir，但小儿子 Aleksandr 1958年因白血病去世。当年的痛苦成为了他开始研究生物医学的主要动因。他和后来的夫人 Tatiana 生有一个女儿，名字也叫 Tatiana。

乌克兰数学家盖尔范德就这样度过了他不平凡的一生，为人类留下了一大批宝贵的数学财富。

2003年9月2日，盖尔范德在庆祝他90岁生日的晚宴上作了个简短的发言，主题是他对数学的看法和为什么这么高龄还在做数学。结束时，他语锋一转，说了句题外话：

“最后，我想给出一个数学之外的例子。有句简短精辟的话组合了我之前提到的简单和精确等特征。这是诺贝尔文学奖得主 Isaac Bashevis Singer 说的一句话：‘只要人还以刀枪摧毁弱小，就不会有正义’。”

今天看来，他预见了一个尚未结束的故事。

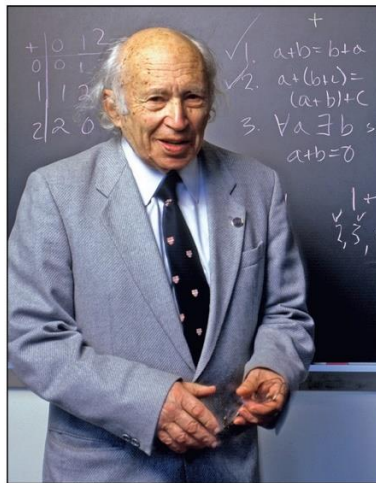


图5 盖尔范德在 Rutgers 讲课