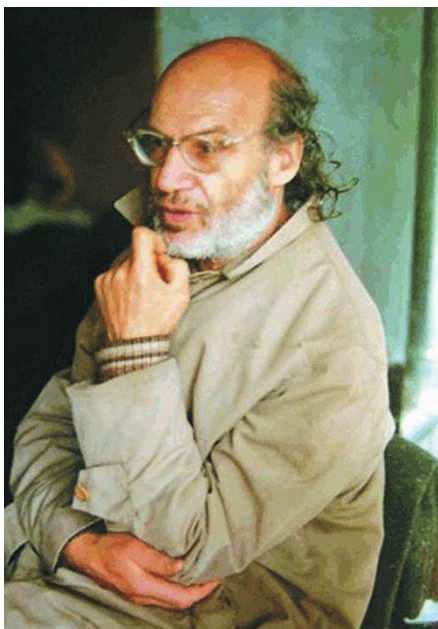


亚历山大·格罗滕迪克

一个并不广为人知的名字

陈关荣



亚历山大·格罗滕迪克 (1928-2014)

“我在孤独工作中掌握了成为数学家的要素……我从内心就知道我是一位数学家，做数学的人。这好像是种本能。”

——亚历山大·格罗滕迪克

他不是新闻人物——至少生前不是——因此并非家喻户晓。但是在全世界数学家眼中，他是殿堂级的人物，名叫亚历山大·格罗滕迪克 (Alexandre Grothendieck)。

格罗滕迪克于2014年11月13日辞世。法国总统奥朗德在悼词中称赞他为“当代最伟大的数学家之一”。英国《每日电讯报》在讣告中评价说“他是二十世纪后半叶最伟大的纯粹数学家。他的名字在数学家中所赢得的尊敬，就像爱因斯坦的名字在物理学家中所赢得的尊敬一样崇高”。

格罗滕迪克小时候没有机会接受正规教育。他1928年3月28日出生于德国柏林。父亲是犹太人，生活上玩世不恭，政治上无政府主义，参加过沙俄时代多次暴动，是监狱的常客。1938年格罗滕迪克十岁，随家庭以难民身份移居法国。1942年，父亲被纳粹杀害，他和母亲一同被送进集中营，直至1945年才恢复了自由。之后，格罗滕迪克随母亲定居于蒙彼利埃 (Montpellier) 的一个小村庄。他很少去学校上课，喜欢自学，还独自研究体积的概念，从中他“发现”了测度。1947年，格罗滕迪克有幸获得了法国大学互助会奖学金，来到了巴黎。这时他才从大学数学教授那里得知，他的测度概念早在1902年就由数学家勒贝格 (Henri Lebesgue) 引进了。他有幸获大数学家亨利·嘉当 (Henri Cartan) 推荐，进入了巴黎高等师范学院 (École normale supérieure) 开办的研究班。后来，格罗滕迪克师从布尔巴基学派成员洛朗·施瓦茨 (Laurent Schwartz) 教授。

格罗滕迪克读书和做研究工作都十分努力。后来他的同窗数学家 Paulo Ribenboim 回忆说，有一次导师施瓦茨建议他和格罗滕迪克交个朋友，一起出去玩玩，这样格罗滕迪克就不会没日没夜地工作了。多年以后，格罗滕迪克在巴西的同事 Chaim Honig 也说，格罗滕迪克过着一种斯巴达克式的孤独生活，仅以香蕉牛奶度日，完全沉浸在自己的数学迷宫里。Honig 有一次问格罗滕迪克为什么选择了数学？得到的回答是，他只有两种爱好：音乐和数学；他选择了后者，觉得数学更容易谋生。Honig 惊讶地回忆

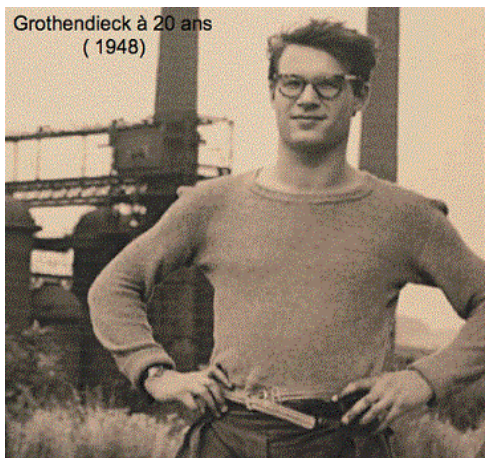
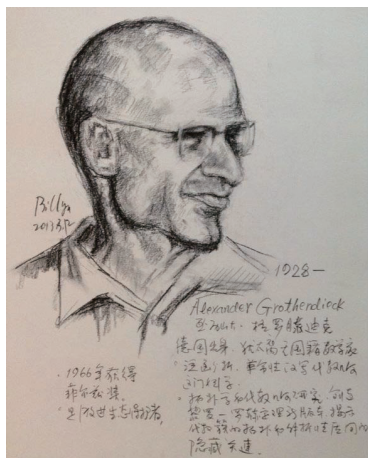
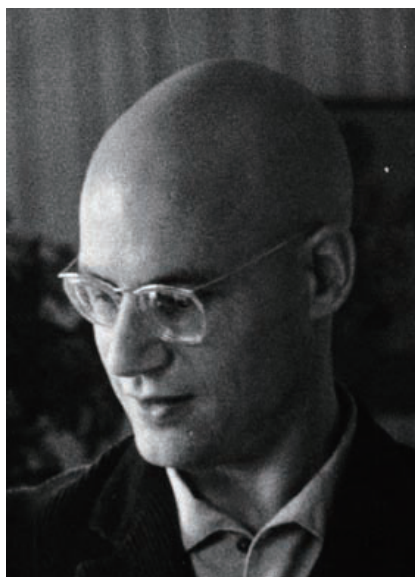
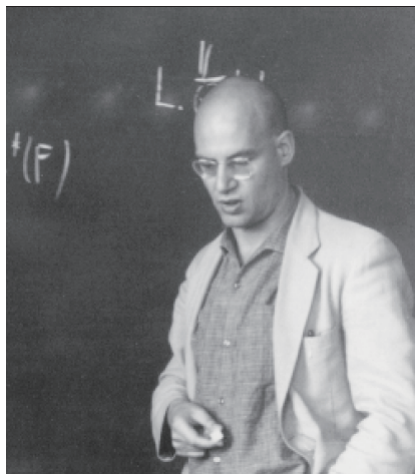
道，他对数学极具天赋，却竟然会在数学和音乐的选择中犹豫不决。

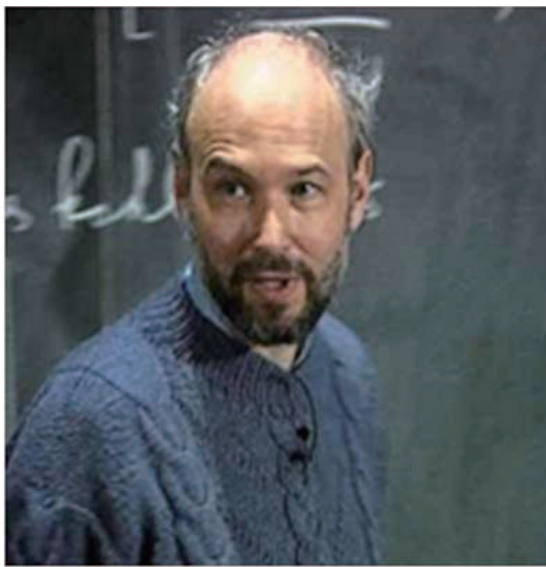
1953年，格罗滕迪克在提交博士论文时遇到了另一次犹豫——委员会要求他只能从手中的六篇文章里挑选一篇提交——但是他的每一篇论文都有足够的水准和份量。最后他选定了“拓扑张量积和核空间”。毕业后，由于国籍记录被战火毁灭了，格罗滕迪克无法在法国找到一个正式的研究员位置。当时如想取得国籍，得先去服兵役，但那是他不可能接受的。于是他离开法国，在巴西逗留了一段时间，然后访问了美国堪萨斯大学和芝加哥大学。期间，他在泛函分析方面取得了卓越成果，但随后转向研究代数几何学。

1956年，他回到巴黎，在法国国家科学研究院（Centre national de la recherche scientifique, CNRS）谋得了一个位置。那时，他致力于拓扑学和代数几何的研究。普林斯顿高等研究院的著名数学家阿曼德·波莱尔（Armand Borel）回忆说，“我当时就很确定某些一流的工作必将出自其手。最后他做出来的成果远远超出了我的预想：那就是他的 Riemann-Roch 定理，一个相当美妙的定理，真是数学上的一个杰作”。简单地说，格罗滕迪克给出了这个定理的一种新描述，揭示了代数簇的拓扑和解析性质之间极其隐蔽而重要的关系。波莱尔评价说，“格罗滕迪克所做的事情，就是将某种哲学原理应用到数学中一个很困难的论题上去。……单单那个陈述本身，就已经领先了其他人十年”。在一些相关定理的证明过程中，格罗滕迪克引入了现在被称为格罗滕迪克群的概念。这些群从本质上提供了一类新型拓扑不变量。格罗滕迪克称之为 K 群，取自德文单词 Klasse（分类）。该理论为拓扑 K 理论的产生提供了起点，后来拓扑 K 理论又为代数 K 理论的研究提供了原动力。

由于童年的苦难经历，格罗滕迪克一直与母亲相依为命。1957年底母亲去世，他悲伤得停止了所有的数学研究和学术活动。他说要去寻回自我，还想改行做个作家。但数月后，他又决定重返数学。那是1958年，格罗滕迪克认为“可能是我数学生涯中最多产的一年”。

1958年确实是不平凡的一年。在这一年，著名的法国高等科学研究院（Institut des Hautes Études Scientifiques, IHÉS）成立，格罗滕迪克是其创始成员之一。据说曾经有访客因没见到研究所里陈放什么书籍而感到惊讶。格罗滕迪克解释说：“在这里我们不读书，我们写书。”事实上，在 IHÉS 期间，他开辟了自己的代数几何王国。后来被誉为代数几何“圣经”的《代数几何





原理》(*Elements de Geometrie Algebrique*) 前八卷就是在 1960-1967 年间他与让·迪厄多内(Jean Dieudonné)在这里合作完成的。格罗滕迪克因此也被奉为代数几何的“教主”。IHÉS 当时成为世界上最重要的代数几何学研究中心，很大程度上归功于格罗滕迪克和他的工作。

60 年代中，格罗滕迪克在 IHÉS 的工作状态和今天许多数学教授没有什么两样：整天和同事探讨问题、与来访专家交流、指导学生研究、撰写文章书稿，等等。他这十年中无日无夜地工作，研究代数几何的基础理论，此外便没有别的爱好和兴趣。

功夫不负有心人，格罗滕迪克在代数几何学领域成就辉煌、博大精深，主要贡献在于对代数几何学发展的推动和影响。他奠定了这门学科的理论基础，引入了很多非常有用的数学工具。代数几何通过代数方程去研究几何对象，如代数曲线和曲面。而代数方程的性质，则是用环论的方法去研究。格罗滕迪克将几何对象的空间和环论作为研究的主要对象，为代数几何提供了全新的视野。他发展的概形理论是当代代数几何学的基本内容之一。除了前面提到的 K 群，他还构建了上同调理论，用代数技术研究拓扑对象，在代数数论、代数拓扑以及表示论中有重要作用和深远影响。格罗滕迪克强调不同数学结构中共享的泛性质，将范畴论带入主流，成为数学中的组织原则。他的阿贝尔范畴概念，后来成为同调代数的基本框架和研究对象。他创造的拓扑斯理论，是点集拓扑学的范畴论推广，影响了集合论和数理逻辑。他还构想了 motif 理论，推动了代数 K 理论、motif 同伦论、motif 积分的发展。他对几何学的贡献，也促进了数论的发展。他发现了上同调的第一个例子，开启了证明韦伊猜想(Weil Conjecture)的思路，启发了他的比利时学生皮埃尔·德利涅(Pierre Deligne)完成猜想的全部证明。值得提及的是，德利涅后来囊括了几乎全部最有名的数学大奖：他 1978 年获菲尔兹奖、1988 年获克拉福德奖、2008 年获沃尔夫奖、2013 年获阿贝尔奖。

可以说，60 年代是格罗滕迪克数学生命中至关重要的十年。但是到了 60 年代末期，40 岁出头的他突然间来了一个华丽转身，开始接触社会和政治。据说 1968 年，他去看电影了——那是十年来的第一次。1966 年，格罗滕迪克荣获菲尔兹奖。但是他拒绝前往在莫斯科召开的国际数学家大会去接受颁奖，以此抗议苏联对东欧一些国家的军事干预。1969 年，格罗滕迪克愤然离开了 IHÉS，原因是研究院创始人 Leo Motchane 接受了来自军方的研究经费，将他的代数几何方法用于军事密码的编制。

格罗滕迪克放弃数学研究而投入政治活动，突然而且坚决，没有人知道为什么。1970 年 6 月，他在巴黎第十一大学的一次讲演中，没有如观众所期待的那样去讲述他的代数几何，而是激昂地批评核武器对人类生存的威胁，并呼吁科学家们不要以任何形式和军方合作。同年 7 月，他又成立了名为“生存与生活”(Survivre et vivre)的反战、反帝和环境保护运动的组织。不过，他的政治活动并没有在社会上造成多大影响。稍微回顾历史，当时除了在法国，世界上有很多数学家在政治上都很活跃。在北美，戴维斯(Chandler Davis)和斯梅尔(Stephen Smale)都积极参与反越战的罢课和示威。斯梅尔和格罗滕迪克 1966 年分享菲尔兹奖，但是选择了与他不同的做法：斯梅尔摆脱了美国政府的阻挠到了莫斯科，借领奖机会发表了一石二鸟的演说，先后抨击了美国出兵越南

和苏联军事镇压事件。

1973年，格罗滕迪克获聘为蒙彼利埃大学（Université de Montpellier）终身教授，在那里一直工作到1988年六十岁时退休。随后，他隐居在附近的Les Aumettes村庄，过着与世无争的生活。认识格罗滕迪克的人都说，尽管个人生活中有时放荡不羁，但从小在极度困厄中长大的他，一生对受迫害者和穷困人群的命运充满同情，常常为他们提供力所能及的援助。



格罗滕迪克在IHÉS作学术报告，1960

同年，也就是1988年的4月，格罗滕迪克拒绝了瑞典皇家科学院授予他和学生皮埃尔·德利涅的克拉福德（Crafoord）奖，表示他对时下政界和学界的各种腐败及欺世盗名现象非常不满。背后原因当然还包括了他和德利涅的一些私人恩怨。同年，他也拒绝接受一些数学家为祝贺他六十岁生日而编辑的文集*The Grothendieck Festschrift*，说最好别把他的工作如同“婚礼上的五彩纸花”那样拿去到处张扬。于是文集被搁置了许多年，第一、二集到2006年才正式面世，而第三集则于2009年出版。

在与外界隔绝多年后，2010年1月格罗滕迪克忽然写了一封信给他的学生吕克·伊吕西（Luc Illusie，巴黎第十一大学教授），宣布不许出版或再版他的数学著作，也不许以电子版的形式传播，并说过去没有征得他同意而出版他的著作、包括日后同类的出版计划均属非法。他还要求书店停止出售、图书馆停止收藏他的著作。后来，一个由他的学生和追随者们建立并活跃参与的“格罗滕迪克圈”（Grothendieck Circle）网站，遵嘱把他的电子版著作和手稿全部删除了，尽管迄今为止格罗滕迪克的数学论著和手稿中还有很多重要思想有待挖掘。事实上，格罗滕迪克的手稿*Esquisse d'un Programme*从1984年起就已经在数学家手中流传，但到1994年才正式发表。时至今日，仍有许多同事和学生继续探究他的深邃数学思想，希望成就他那未竟之业。

2014年11月13日，格罗滕迪克在法国Saint-Girons医院中辞世，享年86岁。

格罗滕迪克留给世人的除了光辉的代数几何及其相关数学理论，还有他近千页关于自己生平的手稿《收获与播种：一个数学家对过去的回顾和证词》（*Récoltes et semailles — Réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien*），在1983年6月到1986年2月间写成，其中一段话可以用作本文的结语：

“每一门科学，当我们不是将它作为能力的炫耀和管治的工具，而是作为我们人类世代努力追求知识的探险历程的时候，它是那样的和谐。从一个时期到另一个时期，或多或少，巨大而丰富……它展现给我们微妙而精致的各种对应，仿佛来自虚空。”

作者简介：陈关荣，香港城市大学电子工程系讲座教授，欧洲科学院院士。