

聊聊老年数学家

陈关荣

(香港城市大学)

这个话题被很多人聊过，而且在不同场合聊过很多年了，但至今依然是一个聊不完的话题。

英国剑桥大学数学讲座教授戈弗雷·哈代 (Godfrey Harold Hardy, 1877–1947) 在 1940 年 63 岁时写了一篇有点文学色彩的小品文“一个数学家的辩白” (A Mathematician's Apology) [1]。作为心灵表白，哈代此文的一个主题是数学的美、持久性和重要性，而另一个主题则是“数学是属于年轻人的游戏”。

关于数学的美，哈代写道：“数学家，就像画家和诗人一样，是模式创制者。如果说数学家的模式比画家和诗人的模式更有生命力，那是因为数学家的模式是由思想组成的，而画家仅以形状和色彩创制模式，诗人则以言语和文字创制模式。……就像画家和诗人的模式那样，数学家的模式也必须是优美的；也正像色彩和文字那样，数学家的思想必须和谐一致。优美总是第一位的：丑陋的数学在世界上永无生存之地。”

哈代关于“数学与美”的观念一直以来都获得广泛赞同和嘉许。

至于另一个主题，哈代写道：“在这里，我最好还是谈谈年龄问题，因为对数学家来说年龄问题格外重要。数学家们都不应该忘记这一点：比起其他技艺或科学，数学更是年轻人的工作。”因此，他认为：“年轻人应该证明定理，而老年人则应该写书”。

哈代是个极为严谨的数学家，他自然不会不假思索便随手写下这几句话来。

哈代接着列出了许多实证论据来支持自己的观点：

“举一个相对低级的例子来作个浅显的说明吧：皇家学会入选者的平均年龄以数学家为最小。”

“当然”，他接着说，“我们还能找到比这更有说服力的实例。比如，我们可以回顾一下世界最著名三大数学家之一的牛顿的经历。牛顿在 50 岁时便放弃了数学。事实上，他在这之前很久就已经对数学失去了热情。他 40 岁时非常确定地认为自己富有创新精神的时期已经过去了。他全部最伟大的思想，包括流数术和万有引力原理，都是在 1666 年建立的，那时他才 24 岁。正如他自己说的，‘在那些日子里我处于富有创造力的最初期，那时我比后来任何时期都更加专注于数学和哲学’。在 40 岁以前，他有过不少重大发现，例如他 37 岁时发现了‘椭圆形天体运行轨道’。但后来，他再没有作出过什么发现了，只是对原有的论文加以润色使之完美化而已。”

哈代感叹：“伽罗瓦 21 岁时去世，阿贝尔 27 岁时去世，拉马努金 33 岁时去世，黎曼 40 岁时去世。虽然有些人确实是在年岁较大时取得伟大成就的，例如高斯在 55 岁时发表他关于微分几何学的重要论文，但其实他在十年前就已经形成了最基本的思想。”

哈代继续说：“我不知道有哪一项重要的数学进展是由一个年过半百的人开创的。假如一个年长的人对数学不再感兴趣从而放弃了它，其损失不论对数学本身还是对他本

人来说，都不是十分严重的问题。”他又补充道：“另一方面，如果这样的人不放弃数学，那么他所获得的好处不可能会有更具实质性的意义。……的确很难找到一个实例来说明，一个放弃了数学研究的一流数学家却又在别的什么学科领域里取得了一流的成果——帕斯卡可能是这方面最好的一个例子。”哈代这里提到的是天才数学家布莱兹·帕斯卡（Blaise Pascal, 1623–1662），他 30 岁出头就放弃了数学而转向神学和哲学的研究。

哈代的好朋友、小说家查尔斯·珀斯·斯诺（Charles Percy Snow, 1905–1980）在 1967 年版的“一个数学家的辩白”前言中说，哈代的这篇著述实在是“对他本人曾经拥有而现在已一去不复返的创造力的一首深情挽歌”。

当年，63 岁的哈代认为自己已经没有能力去积极发展新的数学思想了，他觉得自己还能够为数学做点贡献的就是去写一本探讨数学的书籍，谈谈对数学的认识和看法。他写道：“我要写一本关于数学的书的原因是，和其他年过花甲的数学家一样，我已经没有新思维和精力，或者说耐心，去继续有效地做自己的研究工作。”但他说明：“解释、评论、鉴赏，这些都是次等工作。作为一个专业数学家去写关于数学的东西其实是挺悲哀的。数学家的使命在于做些实事，去证明新的定理，使数学有所发展，而不是去谈论自己或其他数学家做了些什么。”可见他当时是何等的伤感。

哈代其实并不孤立。比哈代小两岁的爱因斯坦就曾经说过：“一个人如果在 30 岁以前没有做出点什么科学成就，那他将永远都不会有了。”[2] 也许爱因斯坦说的并不是数学，但是法国布尔巴基学派的成员一过 50 岁便要被迫退却是一个事实。

卢森·扬·布劳威尔（Luitzen Egbertus Jan Brouwer, 1881–1966）是基础数学直觉主义学派的领导人、代数拓扑学的奠基人之一，以其命名的不动点定理广为人知。他在 24 岁时曾苛刻地说：“有些人不知道什么时候该停下来。他们一直坚持，直到最后头发掉光，眼睛近视，身体发胖，胃肠不畅……他们把自己逼疯了，思想逐渐僵化，但前程再无鲜花，科学之路已走到了尽头。”[3]

在众多例子之中，说一个近代的。加拿大裔美国数论专家伊凡·尼文（Ivan Morton Niven, 1915–1999）以对华林问题的贡献而著名。他曾说：“到你老了的时候，你会知道很多很多。你已经掌握了许多方法。于是，你便会把你能想到的所有方法都组合起来，或者稍加修改，然后拿来尝试解决新的问题。但是，你只会重蹈覆辙，结果肯定是毫无新意。”[4]

话说回来，尽管哈代已经把他的看法解释得十分明确和彻底了，但并非所有后人都苟同其意。

在哈代之前，英国数学家詹姆斯·西尔维斯特（James Joseph Sylvester, 1814–1897）早就评说过，牛顿、莱本尼茨、欧拉、拉格朗日、拉普拉斯、高斯，甚至柏拉图、阿基米德、毕达哥拉斯等人在六七十岁时仍然相当高产。不过前面说了，哈代认为牛顿不能算数。“数学家通常活得更久，也显得更年轻”，西尔维斯特写道，“灵魂的翅膀不会被折断，他们的思维也不会轻易被世俗生活的肮脏灰尘所堵塞。”[5] 事实上，西尔维斯特本人 82 高龄时还在“复合分割理论”研究方面取得进展并且还继续尝试证明哥德巴赫猜想。

这里再说两个大家熟识的名字。

法国数学家亚伯拉罕·棣莫弗 (Abraham de Moivre, 1667–1754) 是牛顿的好朋友, 现在中学数学课本里有一个以他命名的用三角函数表示复数的“棣莫弗公式”。他 66 岁那年建立了有名的“棣莫弗–拉普拉斯中心极限定理”。

拓扑学中重要而有趣的“莫比乌斯环”是大家津津乐道的, 它是德国数学家奥古斯特·莫比乌斯 (August Ferdinand Möbius, 1790–1868) 在 1858 年 68 岁时发现或者说构造出来的。

特别值得细说的是哈代的长期合作伙伴数学家约翰·李特尔伍德 (John Edensor Littlewood, 1885–1977)。他比哈代年轻 8 岁, 但在哈代逝世后继续生活了近 30 年。当年, 哈代和李特尔伍德在英国纯粹数学领域首屈一指, 两人合作成果累累, 联名发表了约 100 篇论文并在很大程度上改变了数学分析这门学科的发展方向和进程。那时在数学界里流传着一个俏皮的趣话, 说“现在英国只有三个优秀的数学家: 哈代, 李特尔伍德, 和哈代–李特尔伍德”。

1945 年, 时年 60 岁的李特尔伍德和哈代的博士学生、后来的女爵士玛丽·卡特赖特 (Dame Mary Lucy Cartwright, 1900–1998) 合作发表了一篇关于范德波尔 (van der Pol) 方程及其泛化形式的奠基性论文, 指出方程初始条件和参数的不适当选取会导致方程解的不稳定性和不可预测行为, 让对微分方程的分析和求解变得极其困难。那就是后来发展起来的混沌数学理论中的“蝴蝶效应”。他们留下了关于范德波尔方程一个稳定周期解存在性和唯一性的“卡特赖特–李特尔伍德猜想”, 该猜想到 1972 年由英国数学家诺埃尔·劳埃德 (Noel Glynne Lloyd, 1946–2019) 证实。在接下来的十年间, 耳顺之年的李特尔伍德和卡特赖特合作发表了一系列的论文, 给出了较为一般的二阶非线性微分方程解的存在性、唯一性和最终有界性, 以及方程存在周期解的可能性。他们采用了美国数学家乔治·伯克霍夫 (George David Birkhoff, 1884–1944) 的解析变换方法, 建立了著名的“卡特赖特–李特尔伍德不动点定理”, 发展了一套完整严格的微分系统张弛振荡数学理论。

1950 年, 65 岁的李特尔伍德到了剑桥大学退休的法定年龄。数学系意识到失去这样一位顶尖的数学家十分可惜, 便给校委会写了一封信: “李特尔伍德是一位异常受人尊重的数学家, 而且他还处于创作的高峰期, 失去他将是数学系无可弥补的损失。但我们完全可以避免这样的事情发生。” [6] 结果, 李特尔伍德被学校延聘了好几年。

1969 年, 84 岁的李特尔伍德在 *Advances in Applied Probability* 创刊号上发表了一篇关于二项式分布截尾概率范围估计的论文, 当年被认为是给出了最精确的上界。

李特尔伍德最后一篇论文发表在他 87 岁时。他在 89 岁时搬了一次家, 但因不习惯新居摔了一跤, 结果重伤住了医院。由于生活不能自理, 一时间让他对命运濒临绝望。这个时候, 他的一位年轻同事贝拉·博洛巴斯 (Béla Bollobás, 1943–) 来看望他, 建议他不妨继续考虑“弱 L^2 Burholder 不等式”的拓展问题。没想到李特尔伍德马上来了兴趣, 兴致勃勃地做起数学来, 以至几周后竟然康复出院了。此后, 他一直在努力构造新方法去改进这个不等式的上限值, 直至 92 岁高龄去世。

还有一个众所周知的人物是匈牙利裔美国数学家保罗·埃尔德里什 (Paul Erdős, 1913–1996)。他毕生孜孜不倦地做数学研究, 认为“一个数学工作者必须在每个星期都有一些新的研究成果才能被称为是数学家”。他一生发表了近 1600 篇论文, 有 500 多位合作者。他的文章约有一半是 60 岁以后发表的, 其中在 70 岁以后每年还有约 50 篇面世。

埃尔德什的学术贡献是多方面的，不容易逐一条列。一个有趣的小例子是1975年，62岁的埃尔德什在自己以前发展的方法基础上和美国数学家约翰·塞尔弗里奇（John Lewis Selfridge, 1927–2010）合作证明了一个有150年历史的数论猜想：两个或多个相继正整数的乘积不可能是某个正整数的平方、立方或任何更高次幂。例如， $2 \times 3 = 6$ ， $2 \times 3 \times 4 = 24$ 等等都不是某个正整数的平方或立方。

另一个广为人知的人物是苏联数学家安德烈·柯尔莫哥洛夫（Andrey Nikolaevich Kolmogorov, 1903–1987），他1954年在国际数学家大会上首次提出“柯尔莫哥洛夫–阿诺德–莫泽定理”时刚51岁，不算太老但也不太年轻了。三年后，他又和学生弗拉基米尔·阿诺德（Vladimir Igorevich Arnold, 1937–2010）一起解决了希尔伯特第13问题。在段时间里，柯尔莫哥洛夫还发展了重要的算法复杂性理论。

目前知道最长寿的数学家是奥地利拓扑学家利奥波德·维托里斯（Leopold Vietoris, 1891–2002），他辞世时按年头算为111岁。他是地球上为数不多的经历过三个世纪、两次世界大战的人。维托里斯是一个经典数学家，一生发表了约80篇数学论文，其中只有一篇和一位同事合作。这里关注的是，他约半数的论文是在60岁之后发表的。他奠定了一般拓扑学的基础，参与了代数拓扑学的创建。在这个领域里，好几个数学概念和定理以他的名字命名。他103岁时发表了人生最后一篇论文，是“论某些三角级数和的符号”系列文章的第三篇。为此，维托里斯也被学界称为是“数学领域的玛土撒拉”。玛土撒拉（Methuselah）是《希伯来圣经》记载中亚当的第七代孙，据说他活了969年。

关于老年数学家的老话题，本文就聊到这里。

作为结语顺便提及，法国数论专家安德烈·韦伊（Andre Weil, 1906–1998）看来比较客观。他说：“当然可以找到一些例子，以此说明老年人同样可以在数学上做出有用的工作，甚至是具有开创性的工作。但这样的例子相当少。偶然看到一两例，我都会感到惊讶，甚至肃然起敬。” [7]

参考文献

- [1] G·H·哈代：《一个数学家的辩白》，商务印书馆，2007。
- [2] A. Einstein: Quoted by Stern. Ref. S. Brodetsky, Nature 150, 1942, p. 699, as quoted in C. W. Adams, The age at which scientists do their best work, 1946, Isis 36, pp. 166-169.
- [3] W. P. van Stigt, Brouwer's Intuitionism, Amsterdam: North-Holland, 1990.
- [4] C. Henrion, Women in Mathematics, Bloomington, Indiana, USA: Indiana University Press, 1997, p. xvii.
- [5] E. T. Bell, Men of Mathematics, New York: Simon and Shuster, 1965, p. 405.
- [6] B. Bollobás (ed.), Littlewood's Miscellany, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1986, p. 14.
- [7] A. Weil, The future of mathematics, American Mathematics Monthly, 1950, 57, p. 296.