

切比雪夫，他带起了俄罗斯现代数学的发展

陈关荣

(香港城市大学)

俄罗斯的数学家们常说，他们的现代数学是由切比雪夫带动而建立和发展起来的。

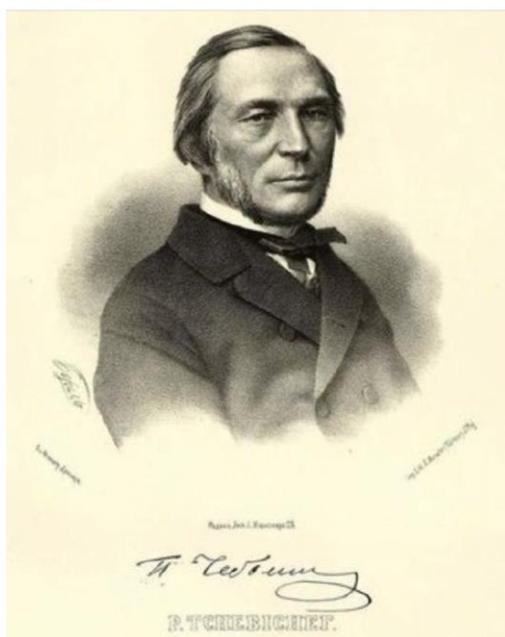


图1 帕夫努蒂·切比雪夫 (1869年)

帕夫努蒂·切比雪夫 (Pafnuty Lvovich Chebyshev, 1821年5月16日 - 1894年12月8日) 出生于离莫斯科二百公里开外荒郊奥卡托沃 (Okatovo) 的一个贵族家庭。他祖辈许多人皆为俄国立过战功。父亲列夫 (Lev P. Chebyshev) 参加过抵抗拿破仑入侵的卫国战争，母亲阿格拉费娜 (Agrafena I. Pozniakova Chebysheva) 出身名门。夫妇俩养育了五男四女，切比雪夫排行第二。

切比雪夫天生左腿便有残疾，因而他童年不好活动，通常独坐家中，养成了闭门看书和安静思考的习惯。他没有读过小学和中学，少儿时代在家里接受初等教育，由母亲教他阅读和写作，表姐 Avdotia Soukhareva 教他法文和算术。他从小爱好机械玩具和数学，对欧几里得《几何原本》中关于没有最大素数的证明非常着迷。1832年，切比雪夫全家搬到了莫斯科，在那里父母让他继续留在家中接受教育。父母注

意到切比雪夫对数学有特殊兴趣，便专门请了莫斯科最好的数学老师 P. N. Pogorelski 上门对他进行辅导。

【一】

1837 年，没有中小学文凭的 16 岁青年切比雪夫考入了莫斯科大学哲学系，就读于其属下的物理和数学专业。

在大学里，数学家尼古拉·布拉什曼 (Nikolai D. Brashman, 1796-1866) 对他有较大的影响，特别是在应用力学和概率计算方面。布拉什曼后来成为他的硕士和博士生导师。切比雪夫对导师非常尊敬，钱包里一直带着师生两人的合照。多年之后，1865 年 9 月 30 日，已经是数学教授的切比雪夫在莫斯科大学数学学会上做了一个把连分数应用于级数展开的学术报告，还把该项研究成果归功于当年布拉什曼对他的启发和指导。

1841 年是切比雪夫在大学的最后一年，他提交了一篇题为“方程根的计算”的论文，提出了一种建立在逆函数级数展开基础上的方程近似解法，并因之而获得了该年度由哲学系颁发的银质奖章。

大学毕业后，切比雪夫留校继续攻读硕士学位。这一年，俄罗斯遇到特大饥荒，他父亲因庄园破产带着家人离开了莫斯科。切比雪夫不仅失去了家庭经济支持，而且还要负担两个弟弟的部分教育和生活费用。尽管艰难，切比雪夫依然靠着微薄的助教金维持学业，最后于 1846 年以题为“概率论基础分析浅论”的论文获硕士学位。之后，他随布拉什曼到了圣彼得堡大学，在那里一边教书一边攻读博士学位。

在圣彼得堡大学，他的数学才能很快就得到两位著名的乌克兰数学家维克托·布尼亚科夫斯基 (Viktor Bunyakovsky, 1804-1889) 和米哈伊尔·奥斯特罗格拉茨基 (Mikhail Ostrogradsky, 1801-1862) 的赏识和指导。1847 年，在题为“关于用对数做积分”的晋职报告中，切比雪夫彻底解决了奥斯特罗格拉茨基不久前提出的一类无理函数的积分问题。他因此被提升为高等代数与数论课程的讲师。在文章中他证明的一个关于二项微分式 (binomial differentials) 积分定理，至今仍然收录在许多大学微积分教科书中。

1849 年，他以题为“同余理论”的论文获得圣彼得堡大学博士学位。随后，该数论论文获圣彼得堡科学院的最高数学荣誉奖。

1850 年，切比雪夫在圣彼得堡大学晋升为副教授。1852 年的下半年，他到法国、英国、德国和比利时进行了一次让他毕生受益的学术访问。切比雪夫不但考察了先进的蒸汽机、风磨和机械设备，而且拜访了多位活跃的数学家。此后十多年间，切比雪夫几乎每年夏天都到西欧进行学术访问。他先后访问过柯西 (Augustin-Louis Cauchy, 1789-1857)、刘维尔 (Joseph Liouville, 1809-1882)、比奈梅 (Irénee-Jules Bienaymé, 1796-1878)、厄米特 (Charles Hermite, 1822-1901)、塞雷特 (Joseph A. Serret, 1819-1885)、庞塞莱 (Jean-Victor Poncelet, 1788-1867)、勒贝格 (Henri L. Lebesgue, 1875-1941)、凯莱 (Arthur Cayley, 1821-1895)、西尔

维斯特 (James J. Sylvester, 1814-1897) 和狄利克雷 (Peter G. L. Dirichlet, 1805-1859) 等一流数学家。此外, 他和卢卡斯 (Édouard Lucas, 1842-1891)、博查特 (Carl W. Borchardt, 1817-1880)、克罗内克 (Leopold Kronecker, 1823-1891) 以及魏尔斯特拉斯 (Karl T. W. Weierstrass, 1815-1897) 等著名数学家也建立有长期的联络和交流。对切比雪夫毕生研究影响最大的是法国数学学派。1873-1882 年间, 切比雪夫多次参加了法国最重要的 French Association for the Advances of Sciences 学术会议并先后做过 16 场数学报告。



图 2 1850 年代圣彼得堡大学物理与数学教师 (前排左二是切比雪夫)

在切比雪夫的职业生涯里, 1852-1856 年间他兼任圣彼得堡皇家高等政法学院应用力学教授。1856-1873 年间他出任俄国教育部科学委员会委员。1860 年, 他在圣彼得堡大学晋升为教授。1872 年, 在他到校任教 25 周年之际, 圣彼得堡大学授予他功勋教授的荣誉称号。1882 年, 61 岁的切比雪夫从大学教学岗位退休, 之后全职在科学院工作, 把余生奉献给了无休止的数学研究。

切比雪夫在圣彼得堡大学执教 35 年间教学成绩卓著。他先后主讲过数论、高等代数、积分运算、椭圆函数、有限差分计算、概率论、分析力学、傅立叶级数、函数逼近论、机械工程学等十多门数学和力学课程。他善于把研究思路和成果融入到教学之中, 广受学生欢迎。有趣的是, 他对教学程序的掌控也象做数学研究一样严格和精密。他从不缺课、从不迟到。但每当到了下课时刻, 他也从不在课室多逗留一分钟。如果有一个数学证明来不及讲完, 他将会在下一节课从被打断的地方开始继续他的推证。

切比雪夫的一个著名学生亚历山大·李雅普诺夫（Aleksandr Lyapunov, 1857-1918）回忆说：“他的课程并不冗长，他不去考虑所传授知识的总量。相反，他试图阐明所谈及问题的一些最重要方面。这些都是生动的、引人入胜的讲座。他对某些问题和科学方法的意义和重要性的新奇评论总是很丰富……他的讲课非常令人鼓舞。学生在每堂课中都会获得一些新的和必不可少的知识。他喜欢传授较为开阔而不同寻常的思想观点。”

切比雪夫毕生培养了 7 名博士学生。其中，除李雅普诺夫之外，还有众所周知的杰出数学家安德烈·马尔可夫（Andrey A. Markov, 1856-1922）。

1894 年 11 月 26 日，73 岁的切比雪夫在圣彼得堡病逝。



图 3 切比雪夫纪念碑（莫斯科大学校园）

【二】

切比雪夫一生发表了 80 多篇论文，但没有留下专著。他对数学的重要贡献是多方面的。他在概率论、数论、函数逼近论、代数函数积分、机械和力学理论、曲面制图学、飞行弹道学以及纯数学和应用数学中的许多领域都成果累累。

在概率论方面，切比雪夫开创了证明中心极限定理的矩方法，用十分初等的方式证明了一般形式的大数定律，研究了独立随机变量的和函数的收敛条件，引导概率论的研究进入了一个新阶段。随后，马尔科夫对矩方法作了补充，给出了随机变量按正态收敛的条件。之后，李雅普诺夫发展了特征函数方法，把中心极限定理的研究用现代数学方式来刻画并作出了推广。到 20 世纪 30 年代，安德烈·柯尔莫哥洛夫

(Andrey Kolmogorov, 1903-1987) 进一步建立了概率论的公理化体系, 让苏联在这一数学领域独占鳌头。1947 年, 柯尔莫哥洛夫在“概率论科学在俄罗斯的发展”一文中写道: “从方法论的观点来看, 切比雪夫所带来的根本变革的主要意义不在于他是第一个在极限理论中坚持绝对精确的数学家……切比雪夫的工作主要意义在于, 他总是从极限规律中精确地估计出任何次数试验里可能出现的偏差并以有效的不等式表达出来。此外, 切比雪夫是清楚地预见到诸如‘随机量’及‘期望值’等概念的价值并将它们加以应用的第一人。”这里提到的, 就是著名的“切比雪夫不等式”。

在数论方面, 切比雪夫从本质上推进了对素数分布问题的研究。他探讨了素数分布的渐近规律, 还证明了法国数学家约瑟夫·伯特兰 (Joseph L. F. Bertrand, 1822-1900) 的猜想: 任何大于 1 的自然数 n 与 $2n$ 之间存在至少一个素数。他还研究了用有理数逼近实数的问题, 从而发展了丢番图逼近理论, 为解析数论的发展开辟了新的方向。

切比雪夫详尽地研究了用多项式逼近连续函数的问题, 为此还构造了著名的“切比雪夫多项式”, 对一般正交多项式理论也有不少重要贡献。他还研究了用三角函数及有理函数逼近连续函数的问题, 发展了内插方法, 创立了函数构造理论和最佳逼近理论。

切比雪夫在经典数学分析中也做了许多工作, 研究了无理函数的可积性, 解决了有限形式下椭圆积分问题, 建立了微分二项式的可积条件, 等等。

在数学中以他的姓氏命名的有切比雪夫集、切比雪夫点、切比雪夫结、切比雪夫交错、切比雪夫网、切比雪夫常数、切比雪夫偏差、切比雪夫向量、切比雪夫中心、切比雪夫空间、切比雪夫半径、切比雪夫滤波、切比雪夫逼近、切比雪夫函数、切比雪夫方程、切比雪夫求积公式、切比雪夫准则、切比雪夫正交、切比雪夫迭代法、切比雪夫多项式、切比雪夫系统、切比雪夫不等式以及几条切比雪夫定理。有趣的是, 由于有太多“切比雪夫”名下的数学术语, 在科学文献引用中他的英文名字出现过多个版本, 诸如 Chebysheff, Chebycheff, Chebyshev, Tchebycheff, Tschebyscheff, Tchebychev, Tchebyshev, Tschebyshev, Tchebysheff, Tschebysheff, Tchebyscheff, 此外还有几个不太常见的。不过, 现在都统一写为 Chebyshev 了。

最后特别值得一提的是, 切比雪夫是科学研究工作中理论联系实际的典范。他把函数逼近论的思想和算法应用于机械设计, 得到过许多可以直接应用的成果, 包括连续运动变为脉冲运动的理论、直动机理论、最简平行四边形法则、铰链杠杆系统用作机械结构的条件、三铰链四环节连杆的运动定理、离心控制器原理, 等等。他还亲自设计和制造了其中一些机械。据说, 他一生共设计了 40 多种机器及其 80 多个变种, 包括可以模仿动物行走的步行机, 可以自动变换船桨入水和出水角度的划船机, 可以度量实际曲率并绘出大圆弧的曲线规, 以及压力机、筛分机、选种机、自动椅和手摇计算机。他的一些机械发明在 1878 年巴黎博览会和 1893 年芝加哥博览会上都展出过, 有些至今依然保存在俄罗斯科学院数学研究所、莫斯科历史博物馆和巴黎艺术学院里。1856 年, 切比雪夫被任命为俄国炮兵委员会成员, 参与了革新炮兵装备和技术的研究工作。1867 年, 他提出的一个计算弧形炮弹射程的公式

院为样板拟定了具体的科学院章程。1725年，俄国科学院由彼得大帝遗孀凯瑟琳一世（Catherine I, 1684-1727）主持正式成立。当时数学领域的院士全是外国人，包括莱昂哈德·欧拉（Leonhard Euler, 1707-1783）、尼古拉·伯努利（Nicolaus Bernoulli, 1687-1759）、丹尼尔·伯努利（Daniel Bernoulli, 1700-1782）和克里斯蒂安·哥德巴赫（Christian Goldbach, 1690-1764）。一个世纪之后，俄国才开始出现像尼古拉·罗巴切夫斯基（Nikolai Lobachevsky, 1792-1856）、布尼亚科夫斯基和奥斯特罗格拉茨基这样的几位优秀数学家。但除了罗巴切夫斯基之外，其他人都是在外国特别是法国接受高等教育的“海归”。切比雪夫是个土生土长的数学家，他在那种学术资源贫乏的环境下进行自己的数学研究和创造，十分难能可贵。切比雪夫在圣彼得堡建立了第一所俄罗斯数学研究院（Russian Mathematical School），带起了一代年轻人。在他的组织和领导之下，圣彼得堡数学学派逐渐形成，让俄罗斯数学走到了世界前列。切比雪夫因而被尊称为俄罗斯现代数学的奠基人和领袖。

切比雪夫于1858年当选为圣彼得堡皇家科学院院士。他作为第一个俄国科学家被法国科学院遴选为通讯院士（1860年）然后成为正式院士（1874年）。此外，他还被选为柏林皇家科学院院士（1871）、伦敦皇家学会院士（1877）、意大利皇家科学院院士（1880）、瑞典皇家科学院院士（1893）。1890年，他获颁法国荣誉军团勋章。1893年，他成为圣彼得堡数学学会终身荣誉会士。

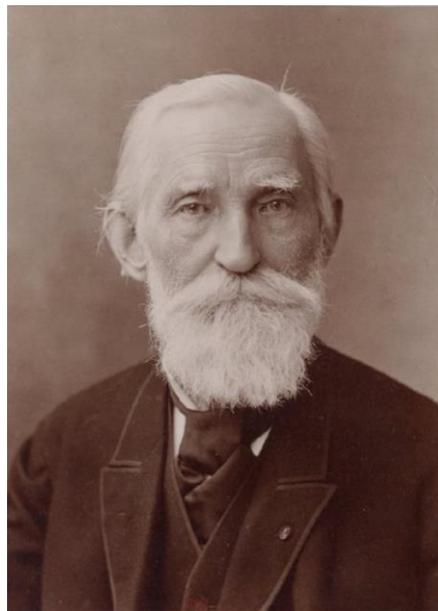


图5 切比雪夫（1890年左右）

切比雪夫毕生大体上生活颇为富裕，但他终身未娶。不过有后人在回忆录里提到，他事实上有一个非婚生的女儿。

切比雪夫去世后，数学界先后出版了他的论文集（1899-1907），全集（1944-1951）和选集（1955）。1944年，苏联科学院设立了切比雪夫奖金。1946年5月25日，为纪念切比雪夫诞生125周年，苏联发行了两枚面值不同的纪念邮票。

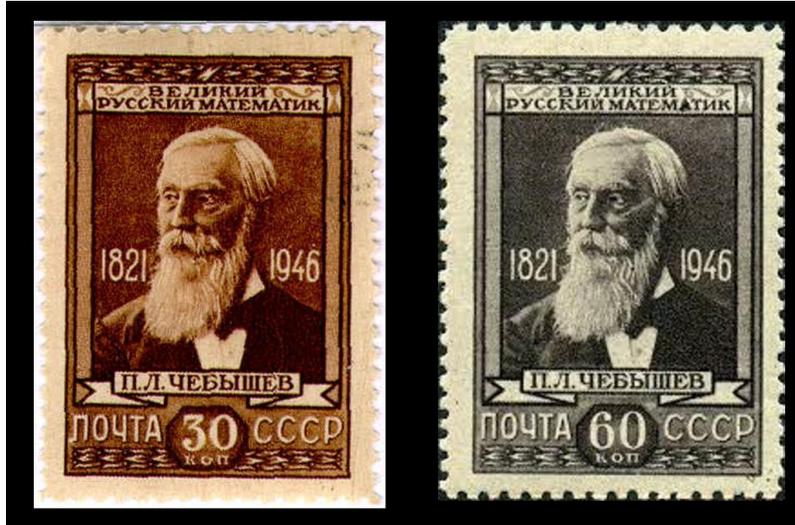


图6 苏联发行的切比雪夫纪念邮票（1946年）