



簡單而複雜的「生命遊戲」

陳關榮¹

摘要

長期以來，數學家 and 社會科學家一直試圖用簡單明瞭的方式去刻畫人類世界各種錯綜複雜的社會現象，其中「生命遊戲」提供了一個「寓科學於娛樂」的活動框架，而元胞自動機則為這種數學遊戲提供了一個主要工具。

關鍵詞：生命遊戲、元胞自動機、電腦模擬

¹ 香港城市大學電機工程學系講座教授（通訊作者 / eegchen@cityu.edu.hk)



A Simple yet Complex “Game of Life”

Guanrong Chen¹

Keywords:

game of life, cellular automata, computer simulation

Author:

¹ Chair Professor, Department of Electrical Engineering, City University of Hong Kong (Corresponding Author / eegchen@cityu.edu.hk)

Article received February 15, 2024; Accepted February 27, 2024.

ABSTRACT

For quite a long time, mathematicians and social scientists have been trying to describe various complex social phenomena of the human world by simple and concise means. In the pursuit, “Game of Life” provides an effective framework that “combines science with entertainment,” whereas Cell Automata provide a major tool for this mathematical game.

人類是社會性動物，而人類的社會活動既簡單又複雜。長期以來，數學家、電腦科學家和社會科學家一直試圖用簡單明瞭的方式去刻畫錯綜複雜的社會現象，其中「生命遊戲」提供了一個「寓科學於娛樂」的活動框架，而元胞自動機則為這種數學遊戲提供了一個主要工具。

一、生命遊戲

作為導引，讓我們先來玩一個簡單的棋子遊戲。

在一個充分大的圍棋棋盤上，為簡單起

見每個空格表示已經放有一個白子（白子就不標畫出來了）。如果空格內出現一個黑子，就表示黑子取代了原有的白子。現在，讓黑子表示「生」而白子表示「死」。另外，在棋盤上的任何 9 個格子組成的正方形區域裡（見圖 1），對處於中心位置的黑子或白子來說，它上下左右和兩對角線外的 8 個黑子（如果它們存在的話）都稱為是它的鄰居。

我們的棋子遊戲有 4 條規則，在整個過程中每一步都同時應用在棋盤上所有的黑子和白子上。規則如下：

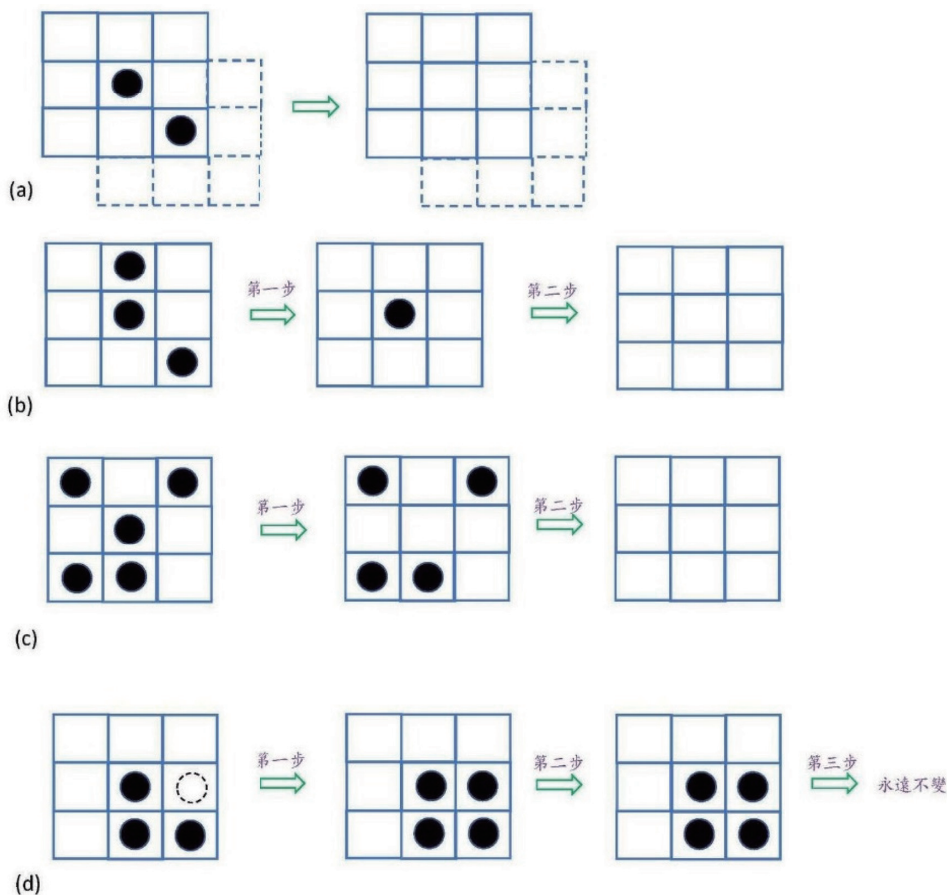


圖 1
遊戲 4 條規則

註：作者自行繪製。

(一) 如果 1 個黑子只有 1 個或沒有黑子鄰居的話，它在下一步就會死去，如圖 1 (a) 所示。這操作表示該黑子在社會裡太孤單了，它不能繼續生存下去。

(二) 如果 1 個黑子有 2 個或 3 個黑子鄰居的話，它在下一步就繼續存在，如圖 1 (b) 的第一步所示。這個操作表示該黑子有適當的社會環境，它可以繼續生存。

(三) 如果 1 個黑子有 4 個或更多黑子鄰居的話，它在下一步也會死去，如圖 1 (c) 的中心黑子（為了不影響這一說明，其他黑子和白子同時發生的變化暫且不表示出來）。這操作表示該黑子所處的社會環境太擁擠了，它不能繼續生存下去。

(四) 如果 1 個白子有剛好 3 個黑子鄰居的話，它在下一步就會變成黑子，如圖 1 (d) 所示。這個操作表示該白子具有良好的社會環境，它可以誕生或復活。

明白了這幾個簡單規則之後，你就可以開始玩這個棋子遊戲了。當然，只放少許幾

個黑棋子的話，你可以在書桌上玩一陣子，但棋子數目稍多，你就得變成在電腦上玩了。

你很自然會有一個感覺，就是開始時放入多少個黑子以及怎樣放置它們，這對於遊戲如何一步一步地演變下去會有決定性的影響。例如圖 1 (d) 中 4 個黑子處於穩定狀態，它們永遠都不會死去，即是「長生不老」，而其他初始放置方式，如圖 1 (a)–(c)，則會讓黑子在若干步之內全部死光。

你這個感覺是對的：遊戲的初始條件（即放入多少個黑子以及怎樣放置它們）的確很重要，它們會產生各式各樣的黑子組合斑圖以及許多不同的最終結果。例如圖 1 (d) 就產生一個永遠不變的斑圖，稱為「靜物」（still life）；圖 2 (a) 則產生週期 2 的「振盪器」（oscillator）；圖 2 (b) 卻產生一種會移動的周期「太空船」（spaceship）。後面這種情形特別有趣，它在一步一步變化的過程中，起始的 5 個黑子不會減少也不會增多，但會頻繁地改變位置，像一艘不斷變形的太空船

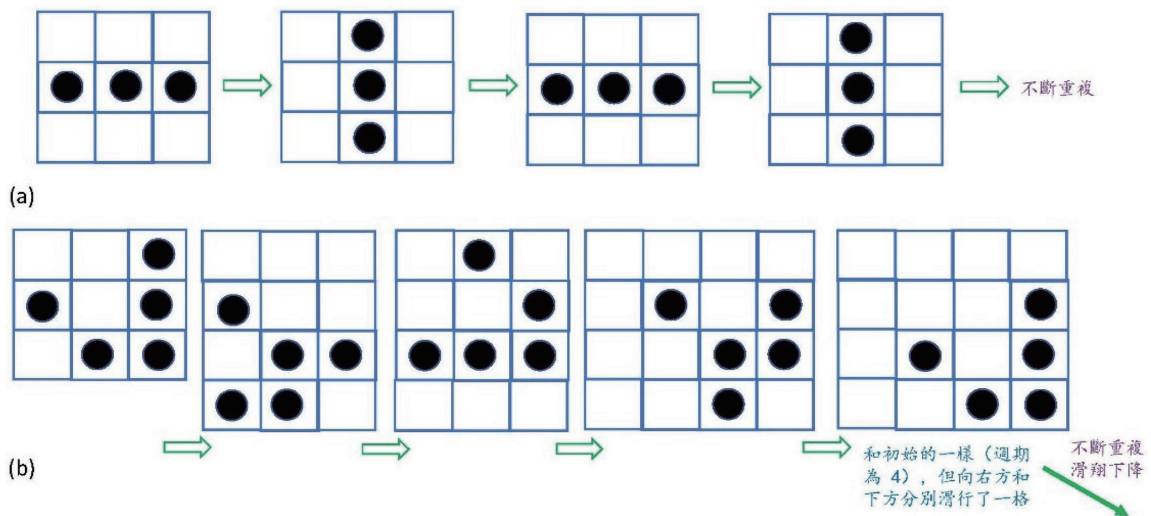


圖 2

「振盪器」與「滑翔機」範例

註：作者自行繪製。

一直往右方和下方移動。在第四步，它變回到了初始狀態，不過整個斑圖的位置向右方和下方各移動了一格。之後，它繼續往前移動，期間斑圖的變化不斷重複前面的過程。這是一艘移動的周期4振盪太空船，稱為「滑翔機」（glider），它永遠不停地向右下方滑翔前進。你看，這個滑翔機會永無止境地生存並移動下去，期間代表「生」和「死」的黑子和白子交替出沒，整個族群在發展和演變過程中就像有「生命」一樣，對吧？

至此，你看到了，這個棋子遊戲的規則是固定的，但初始條件（黑子的數量和位置）可以有許多不同的選擇。因此，容易想像，你能夠嘗試著去生成多種多樣的「最終趨於死亡」、「不同周期振盪」和「永遠變化生存」斑圖。由於這個遊戲可以用來描繪一些社會生命現象，故此設計師把它叫做「生命遊戲」（Game of Life）。

上面介紹的這個趣味橫生的生命遊戲簡單而複雜，它的設計師是數學家約翰·康威（John Horton Conway，1937–2020），關於康威的生平和貢獻，筆者曾有簡單介紹（陳關榮，2022）。康威在開發這個有趣的生命遊戲時是英國劍橋大學數學講師，1970年10月，科普作家馬丁·加德納（Martin Gardner，1914–2010）在《科學美國人》（*Scientific American*）雜誌的「數學遊戲」專欄對這個生命遊戲作了詳細介紹，從此學界和民間對遊戲的興趣和熱情一發而不可收拾（Gardner，1970）。據說，在那個生命遊戲風靡世界的年代，全球有四分之一的電腦都在玩這個遊戲。

2010年，物理學家史蒂芬·霍金（Stephen W. Hawking，1942–2018）在他的科普著作《大設計》（*The grand design*）中寫道：

我們可以想像，像『生命遊戲』這樣的玩意，它只有一些基本規則，便可以產生高度複雜的功能，甚至智慧。當然它可能需要包含數十億個正方形的網格。但這並不困難，我們大腦中就有數千億個細胞。（Hawking & Mlodinow，2010/2011，p. 142）

二、「生命遊戲」簡史

現在，我們來談談「生命遊戲」的前世今生。

康威並不是構思出這類具有深刻數學原理和社會學意義的生命遊戲的第一人。遊戲的基本思想要追溯到兩位美國數學家：波蘭裔的斯塔尼斯拉夫·烏拉姆（Stanislaw Ulam，1909–1984）和匈牙利裔的約翰·馮·諾伊曼（John von Neumann，1903–1957）。他們在上世紀40–50年代為模擬生物細胞的自我複製提出了「元胞自動機理論」（cellular automata）的雛形。當年，由於沒有高速大型電腦，他們的構想沒有得到驗證，因而未受學界的重視。1970年，馬丁·加德納在《科學美國人》雜誌介紹了康威的生命遊戲之後，元胞自動機理論受到了越來越廣泛的關注。

在眾多卓有成效的元胞自動機理論研究者中，特別值得提及的是美國電腦科學家史蒂芬·沃爾夫勒姆（Stephen Wolfram，1959–）。

沃爾夫勒姆是個很有故事的人物。他1959年出生於倫敦，12歲編寫了一部關於物理學的字典草稿，13–14歲間寫了三本關於粒子物理學的手稿，15歲發表了第一篇學術論文，17歲進入了牛津大學。1978年，19歲的沃爾夫勒姆接到美國物理學家默里·蓋爾曼（Murray Gell-Mann，1929–2019）的電話邀請，來到了加州理工學院攻讀研究所而1969年蓋爾曼因發現基本粒子夸克（quark）獲得

諾貝爾物理學獎，成為聖塔菲研究所首任所長。1979年，在加州理工學院就讀期間，沃爾夫勒姆便開創了自己的第一個大型電腦語言 SMP，用來輔助物理學研究。該語言是後來著名數學軟體 Mathematica 和電腦 Wolfram 語言的前身。1980年，21歲的沃爾夫勒姆獲得了理論物理學博士學位，其答辯委員會成員包括有諾貝爾物理獎得主理查德·費曼（Richard P. Feynman，1918–1988）。之後沃爾夫勒姆留校任教，隨即獲得 MacArthur 獎。接下來，23歲的他開始推動並主導了關於「複雜系統」的科學研究，並在 27 歲時創立了自己的 Stephen Wolfram 公司，從事數學軟體和電腦軟體開發。如所周知，他獲得了巨大成功，不過那是後話了。

1983年，由於智慧財產權糾紛，沃爾夫勒姆離開了加州理工學院，到了普林斯頓大學自然科學學院工作。沒多久，他就發明了元胞自動機的計算程式。沃爾夫勒姆後來回憶說：

我一開始並不覺得簡單的元胞自動機有什麼有趣之處，不過還是用電腦試著對它們做了些試驗。令我十分驚訝的是，就算是構造極為簡單的元胞自動機，它們仍然有著極其複雜的行為，這對傳統的科學教條是個莫大的衝擊。過了些日子，我才意識到它的巨大潛力。那是我寫這本《一種新科學》（*A new kind of science*）的最早動機。（集智科學家，2019）

我們知道，該書實際上代表了一條與聖塔菲研究所不一樣的複雜性科學研究路線。

當年，沃爾夫勒姆使用電腦模擬對基本元胞自動機的類別進行了系統性的分析，對一維基本元胞自動機的 256 條規則所產生的模型進行了深入的研究，並用熵（entropy）的概念來描述元胞自動機的演化行為。他根

據複雜性理論將元胞自動機大致分為平穩型、週期型、混沌型和複雜型。從幾乎所有的隨機初始模式開始，平穩型將演化為穩定靜止狀態，週期型將演化為穩定振盪狀態，混沌型將演化為偽隨機混沌狀態，複雜型將演化為相互作用繁複狀態，且其局部結構會在長時間內甚至永遠存在。沃爾夫勒姆發現，絕大多數的生命遊戲演化是無法被決定的（undecidable）：即使給定了初始模式依然找不到，或根本就不存在一個演算法可以用來判斷後續模式是否會出現和何時會出現。沃爾夫勒姆指出，第 110 號規則對應的元胞自動機具有圖靈完備性（Turing completeness）。在電腦科學中，圖靈完備性是指具有無限儲存能力的通用程式語言，它可以透過一系列資料操作規則來模擬圖靈數學邏輯機。沃爾夫勒姆亦發現，凡是透過寫程式來計算的複雜系統演化行為，都可以用元胞自動機來實現。順便提及，沃爾夫勒姆從分類開始時，就已經看到了元胞自動機理論和美國數學家史蒂芬·斯梅爾（Stephen Smale，1930–）的艱深混沌數學理論的內在連繫，因為生命遊戲的無法決定性和混沌的長期不可預測性是類似的（陳關榮，2023）。

上面討論的只是平面上的生命遊戲和元胞自動機理論。對於任意一條遊戲規則，每個格點的黑子和白子鄰居的組合共有 $2^9 = 512$ 種，而每種組合都可以用二進制的 0–1 序列來表示並且是各自獨立變化的，於是總共有 2^{512} 種可能。即便排除了那些沒有靜止、旋轉和反射對稱可能的不重要情形，剩下來的依然是一個天文數字。至於三維和更高維度的生命遊戲和元胞自動機理論，那就複雜得無法描述了，只能用幾個簡單文字來概括：超乎想像的豐富多彩！

三、元胞自動機理論的應用

故事講到這裡，你一定會好奇，這迷人的元胞自動機理論及其計算程式會有什麼實際應用呢？

作為回應，我們簡單地介紹元胞自動機技術在電腦科學、生物學、化學、物理學和音樂藝術方面的幾個具體或潛在應用（“Cellular automaton,” 2024）。

（一）電腦科學

元胞自動機處理器是該概念的物理實現，它透過計算方式來處理資訊。元胞的狀態僅透過與鄰居元胞的相互作用來確定，而不需要也不存在與更遠的元胞進行直接通訊。典型的元胞自動機處理器具有脈動陣列配置，其中元胞相互作用透過電、磁、振動或其他物理手段來實現。

Wolfram 30 號規則最初被建議作為一種可能的分組密碼用於密碼學。二維元胞自動機可用於建構偽隨機數產生器，且元胞自動機的演化是單向函數，其逆向很難破解，即容易計算未來狀態，但回算先前的狀態卻異常困難。元胞自動機後來也被提議用於公鑰密碼學，並用來設計各種糾錯碼。

（二）生物學

一些漂亮的海螺貝殼圖案可以用元胞自動機生成，例如分布廣泛的芋螺纖維（conus textile）具有類似於 Wolfram 30 號規則的斑圖（圖 3），因而元胞自動機理論能夠用來解釋和研究貝殼的顏色細胞自然生長的內在規律。

動物體內的成纖維細胞（fibroblast）與元胞自動機有許多相似之處，例如每個纖維母細胞只與其鄰居相互發生作用。

植物調節氣體吸入和呼出的機制類似於元胞自動機的演化過程，例如樹葉上的每個氣孔有呼和吸兩個動作，對應於一個元胞的兩種狀態。

頭足類（Cephalopod）動物例如烏賊的皮膚斑圖中，每個狀態對應於色素細胞的展開和收縮，可以用二維元胞自動機進行模擬和解釋。

生物神經元的活動甚至動物辨識和學習等複雜行為，都可以用閾值自動機來模擬。

（三）化學

化學中的 Belousov-Zhabotinsky 反應是一種時空化學振盪過程，它可以透過元胞自動機來進行模擬和分析，例如一層單薄而均

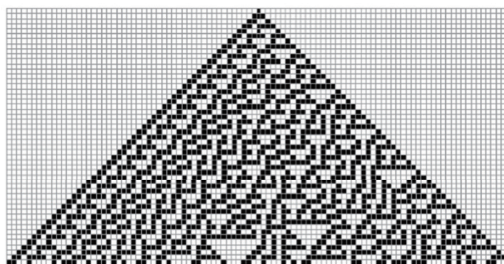


圖 3

芋螺貝殼與 Wolfram 30 號規則產生的斑圖

註：照片取自 *Announcing the rule 30 prizes*, by S. Wolfram, 2019, Stephen Wolfram Writings (<https://writings.stephenwolfram.com/2019/10/announcing-the-rule-30-prizes/>)

勻的丙二酸、酸化溴酸鹽和高鉍鹽混合在一起時，迷人的幾何圖案如同心圓和螺旋曲線便在介質中傳播，所產生的波形與某種元胞自動機生成的圖案非常相似。

(四) 物理學

機率元胞自動機可用於統計學和凝聚態物理學的研究中，去分析流體動力學和相變等現象。伊辛（Ising）模型是一個典型的例子，其中每個單元格可以處於「向上」或「向下」狀態，從而用於理想化地表示磁鐵。透過調整元胞自動機模型參數，可以改變處於相同狀態的元胞比例，解釋了為何對鐵磁體加熱可以消磁。物理學中還有一種格子氣體元胞自動機，可以用來模擬液體流動並對之給予合理解釋。

(五) 音樂藝術

元胞自動機可用來生成一些新穎動聽的音樂作品和設計電子遊戲。某些類型的元胞自動機也可用於產生各種迷宮，兩個著名的元胞自動機迷宮 Maze 和 Mazectric 類似於前面介紹的「生命遊戲」，複雜而有趣。此外，元胞自動機還能生成豐富多彩的圖案用於藝術設計。

今天，元胞自動機理論及各種數學遊戲的研究還在繼續。我們期待在不久的將來會看到更多更有趣的成果。

參考文獻

- Hawking, S., & Mlodinow, L. (2011)。《大設計》（郭兆林、周念榮譯）。大塊文化。（原著出版於 2010 年）
- 陳關榮（2022）。〈這門複雜性科學有個別緻的名稱——混沌〉。《複雜學》，1（1），

69–75。https://doi.org/10.29783/Complexitics.202210_1(1).0006

陳關榮（2023）。〈愛玩的天才數學家康威〉。《數學文化》，14（4），36–46。

集智科學家（2019 年 12 月 12 日）。〈《一種新科學》作者沃爾夫勒姆親述：聖塔菲研究所的初創故事〉。《知乎》。https://zhuanlan.zhihu.com/p/97048664

Cellular automaton. (2024, April 24). In *Wikipedia*. https://en.wikipedia.org/wiki/Cellular_automaton

Gardner, M. (1970). *MATHEMATICAL GAMES: The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life"*. Scientific American. https://www.ibiblio.org/lifepatterns/october1970.html

Wolfram, S. (2019, October 1). *Announcing the rule 30 prizes*. Stephen Wolfram Writings. https://writings.stephenwolfram.com/2019/10/announcing-the-rule-30-prizes/