

惠更斯及其同步现象研究

陈关荣
(香港城市大学)

“同步”是跨越物理学、生物学、社会科学和技术领域的一种十分迷人的动力学现象。理论上，它是指多个具有动力特性和运动能力的个体通过相互作用各自调整自身的变化，最终共同达到节奏一致的动力表现和运动状态。

自然界和人类社会中同步现象的例子很多，典型的有萤火虫的同步闪光、周期蝉的同步鸣叫、人类心脏窦房结中起搏细胞的同步跳动、月球永远以同一面朝向地球的地月同步周期转动、军队操练过程中士兵的一致步伐、会场里人群整体的同步热烈掌声、以及物理系统中激光器光子的同步发射、电网中发电机相同频率的运转、互联网及无线通信网中的时频同步，等等。

同步现象的核心在于多个个体之间通过物理力、生物信号或社会信息耦合的相互作用，每个个体在感知并响应其他个体的状态变化时，从无序中自发产生有序，最终形成协调一致的集体行为。同步揭示了宇宙中从微观到宏观尺度下普遍存在的一种自组织规律。

同步现象的研究最早可追溯到荷兰数学家、物理学家、天文学家和发明家克里斯蒂安·惠更斯（Christiaan Huygens, 1629-1695, 图 1），他是现代科学发端和发展的关键人物之一。



图 1 惠更斯浮雕（Jean-Jacques Clérion 作品，1670 年）

【一】惠更斯的摆钟发明和同步发现

故事要从 1664 年底惠更斯和亚历山大·布鲁斯伯爵（Alexander Bruce, 2nd Earl of Kincardine, 1629-1681）的一次航海试验说起。这位布鲁斯是苏格兰人，他生活在荷兰，是一位发明家、政治家、法官，是英国皇家学会创始人之一。

十七世纪初，欧洲各国都热衷于远航探险。但是，在汪洋大海上如何对船只位置进行准确定位却一直是航海家们无法解决的难题。到了十七世纪中叶，人们有了六分仪（sextant），可以利用太阳和海平面之间的夹角来确定航船的纬度。但是，人们仍然无法对经度进行测量，难点在于找不到一个计时准确的时钟。当年，西班牙和荷兰国王都曾经悬赏激励精确的经度测量技术，但没有成效。科学界也积极地尝试解决海上航行的经度测量问题，但进展缓慢。

1656 年，惠更斯发明了第一台摆钟，请了一位名叫萨洛蒙·科斯特（Salomon Coster, 1620-1659）的钟表匠来帮忙制造，并于 1657 年 6 月 16 日取得设计专利《关于摆钟的权利》（Het recht van de slinger-werckinge）。他在 1658 年发表的《时钟》（Horologium）里记述了整个过程。惠更斯的时钟设计灵感来自伽利略·伽利雷（Galileo Galilei, 1564-1642）发现的“等时性”，即相同长度的钟摆具有相同的振荡周期。他的设计比当年英国物理学家和天文学家罗伯特·胡克（Robert Hooke, 1635-1703）用弹簧驱动的时钟要精确得多：摆钟一天的误差只有 15 秒而弹簧时钟的误差约为 15 分钟。惠更斯的摆钟在钟表行业占据了数百年的主导地位，直到 1927 年石英钟的发明为止。

摆钟定型之后，惠更斯便致力于制造用作确定经度的精确“海钟”。1662 年秋，他与布鲁斯合作开展了这项研究。布鲁斯在惠更斯的设计基础上作了一些新改进，最终制造了四台海钟，其中两台由荷兰制表师塞韦林·奥斯特维克（Severyn Oosterwijck, 1625-1678）制作（图 2）。



图 2 惠更斯摆钟（Museum Boerhaave）

惠更斯和布鲁斯联系了英国海军上将罗伯特·霍姆斯爵士（Sir Robert Holmes, 1622-1692），请他在航行中对时钟进行实地试验。结果，试验获得巨大成功。1665年2月23日，惠更斯在《学者杂志》（*Journal des Sçavans*）上报道了航行实验的成功并发表了航海日志。很快，他的钟表便开始公开发售，为之他还写了一本《航海钟表使用指南》（*Kort Onderwys*）。该小册子被翻译成英文，题为《关于使用摆钟进行海上经度测量的说明》（*Instructions Concerning the Use of Pendulum-Watches, for Finding the Longitude at Sea*），摘要发表在 *Philosophical Transactions*（vol. 4, pp. 937-976, 1669）。但是，在发售多个时钟之后，惠更斯发现了一个严重的对时问题：由于受工艺的限制，生产商不可能制造出两个一模一样的时钟。结果，如果两个时钟相差4分钟，则在计算经度时便会造成大约 1° 的偏差。但这对于长时间海上航行来说是不可接受的。最终，惠更斯放弃了他的商业计划。

虽然商业计划失败，但是惠更斯在研究过程中却有一个意外的发现。1665年末的一天，惠更斯因身体不适在家中休息。他一直在琢磨如何保证两个时钟显示的时间相同。惠更斯决定做个实验。他搬来两把旧靠背椅，在两个椅背上架上一根木棍，然后在棍子上挂上两条沉重的木摆，以此模拟航海过程中船舱里悬挂的两个时钟的摆动（图3）。

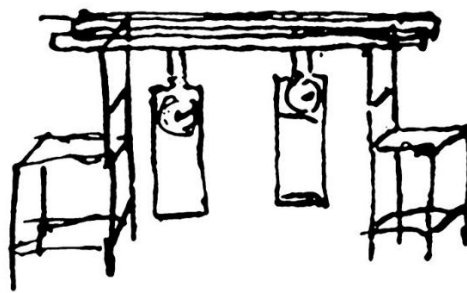


图3 惠更斯的钟摆同步实验手绘图

惠更斯惊讶地发现，无论两条木摆的初始位置如何，一段时间之后，它们总会以相同的频率摆动，往复不止。当时，他首先想到是钟摆摆动时引起的空气流动导致了同步。于是，他在两个钟摆之间放置了一块隔板，但两个钟摆依然同步；这说明同步不是因为空气流动所致。接着，他把两个钟摆远远分开，这时两个钟摆就不再同步了；这说明两个钟摆的相互影响与距离有关。最后，他把两个钟摆按互相垂直方向放置，即一个左右摆动，另一个前后摆动，这时两个钟摆也不再同步了；这说明两个钟摆不是通过声音耦合来同步的。惠更斯记录下了这个有趣的实验结果，但是他不明就里，对两个钟摆同步的原因只能做一些模糊的猜测。

惠更斯将这一发现写信告诉了一位比利时朋友、数学家德·司罗斯（René-François de Sluse, 1622-1685），并在信中戏称这一同步现象是“两个摆钟的相互怜悯”（*the sympathy of two clocks*）。惠更斯还写了封信给英国皇家学会，陈述了他观察到的同步现象并作出合理的解释。但是，他的这份科学实验报告并没有引起特别的关注。

1673年，惠更斯出版了《摆动时钟》（*Horologium Oscillatorium*）一书，对摆式时钟的研究作了总结（图4）。他对同步现象的物理机制给出了详细描述：同步的原因在

于两个钟摆通过木梁的微小晃动进行能量交换，从而相互发生影响；当二者达到相反相位的同步时，其作用于木梁上的合力为零，整个系统处于一个平衡状态。

惠更斯这本书的大部分内容是对摆动运动的分析及其相关曲线理论的论述。他第一次给出了钟摆摆动周期的计算公式： $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ ，其中 T 是摆的周期， ℓ 是摆长， g 是重力加速度常数。这条公式适用于振幅较小的简谐摆，成为一个经典的物理学结论。此外，惠更斯引进了“摆动中心”的概念，即在分析和计算任一形状的物体在重力作用下的摆动时，可以将物体的质量看成为集中于悬挂点到重心之连线上的某一点，而且这一点并不一定要落在物件之上。这种处理可将复杂形状物体的摆动简化为单摆的运动来加以研究。

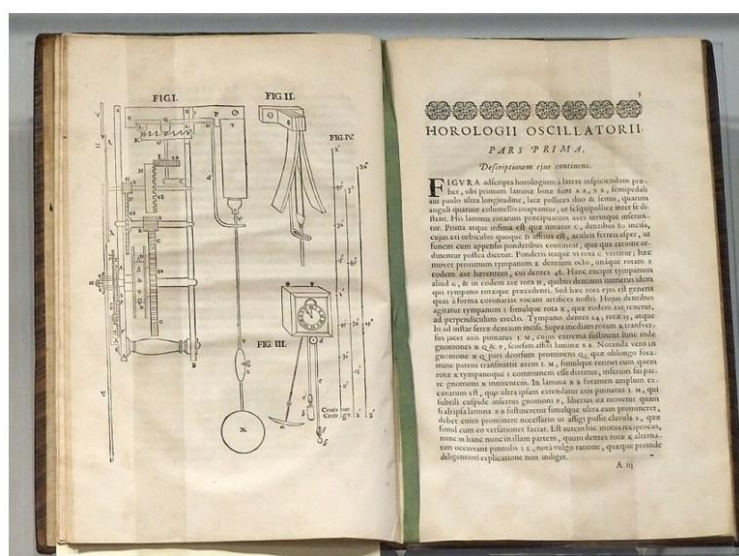


图 4 惠更斯著作《摆动时钟》

1675 年，惠更斯将单摆的等时性原理应用于游丝-摆轮系统，创造出一套便携且不受重力方向影响的谐振系统，为机械手表后来的发展奠定了基础。同年，他还设计了一种螺旋形的游丝，并制造出一款早期的怀表。

【二】同步研究的历史点滴

继惠更斯之后，德国博物学家恩格尔伯特·坎普弗尔（Engelbert Kempfer, 1651-1716）在 1690 年发现了生物系统中的同步现象。他当年去泰国作生物考察，看到河边有数以万计的萤火虫以准确的节律在夜空下时隐时现地闪烁，绵连数千米，蔚为壮观。他的考察报告引起了广泛的兴趣和关注。今天，在世界上许多地方都有观看萤火虫同步闪烁的旅游节目，其中著名的有泰国的湄公河（Mekong River）和美国的大雾山国家公园（Great Smoky Mountains National Park）。

1750 年，瑞士裔俄罗斯数学家莱昂哈德·欧拉（Leonhard Euler, 1707-1783）发现，对于受外力驱动的无阻尼机械系统，如果驱动频率接近其固有频率，则系统振动有可能被激发从而变得无界。这就是后来认识到的机械系统的共振现象（图 5）。

DE
NOVO GENERE OSCILLATIONVM.

AVCTORE
Leonb. Eulero.

§. 1.

Quamvis doctrina de oscillationibus corporumque motibus reciprocis iam tanto studio sit pertractata, vt in ea nihil omnino noui proferri posse videatur; tamen in hac dissertatione nouum prorsus genus oscillationum fuit prolaturus, quod cum a nemine adhuc tactum est, tum etiam singulari analysi indiget. Primum quidem animam de eo cogitandi mihi praeiuit Clarissimus Collega Krafft, in dissertatione, quam de insolitis quibusdam oscillationibus horologii portatilis suspensi praelegit; deinde vero etiam, cum aestum maris esse contemplatus, deprehendi istum maris motum reciprocum ad idem oscillationum genus pertinere.

图5 欧拉关于机械共振的论文首页

一个世纪之后，英国物理学家瑞利勋爵（Lord Rayleigh，原名 John William Strutt，1842-1919）发现了声学中的同步。他把两根不完全相同的风琴管并排在一起时，发现它们的音律会变得完全一致。

又过了半个世纪，美国数学家诺伯特·维纳（Norbert Wiener，1894-1964）提出了“频率牵引论”：虽然复杂系统中的个体（例如放置在一起的摆钟或风琴管、群体中的萤火虫、相邻的激光分子）各自有不同的振动频率，但是如果其中某个个体振动得太快的话，其他个体就会发生牵引作用使它慢下来，反之亦然。维纳可能是最早从数学分析角度去研究同步现象的人。他认识到这种现象在自然界中普遍存在，并推测它参与大脑 α 节律的形成。遗憾的是，维纳基于傅里叶积分去研究同步理论的数学方法最终被证明是条死胡同，没有继续发展。

到了近代，1967年美国生物学家阿特·温弗里（Art Winfree，1942-2002）首先提出了一个描述多个振子耦合同步的具体数学模型。不过他的模型过于一般化同时也太复杂，当时无法利用计算器去求解。

1974年，日本物理学家藏本由纪（Yoshiki Kuramoto，1940-）建立了一个用三角函数表示的多振子耦合同步模型，称为Kuramoto模型。这个模型简单明确，在各个领域获得非常广泛的应用。

1990年，美国物理学家路易斯·佩科拉（Louis M. Pecora，1946-）和托马斯·卡罗尔（Thomas L. Carroll，1940-）率先研究了两个混沌振子的同步现象。

在新千禧之年交接之际，出现了复杂网络的小世界模型和无标度模型，于是在各种复杂网络模型上多个振子（包括混沌振子）的同步研究在世界范围内进入了高潮。

当有 N 个振子以一定方式互相联接而组成一个无向连通网络时，整个复杂系统可以用下面的数学模型来描述：

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + c \sum_{j=1}^N L_{ij} H x_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

其中 $x_i(t)$ 是第 i 个振子节点的状态向量，微分方程 $\dot{x}_i(t) = f(x_i(t))$ 通过一类非线性函数 $f(\cdot)$ 描述这个振子的动力行为， $c > 0$ 是连接强度常数， H 是状态耦合矩阵， $[L_{ij}]$ 是网络的拉普拉斯矩阵，具有特征值 $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots \leq \lambda_N$ ，里面最小非零的特征值 λ_2 称为网络的代数连通度（也称为 Fiedler 值或特征谱隙）。当时间趋于无穷时，如果所有振子状态的差别 $\|x_i(t) - x_j(t)\|$ 都趋于零， $i, j = 1, 2, \dots, N$ ，这里 $\|\cdot\|$ 表示向量的模（在一维标量时就是绝对值），那么两个振子就趋于完全同步了。

2002 年初，我们发现，上面这个非常一般的复杂网络（包括小世界模型和无标度模型）的同步性能由特征值 λ_2 决定。

2002 年底，藏本由纪和他的博士后发现了复杂网络上特有的一种有趣的自组织同步现象，其中部分节点实现完全同步而另一部分节点则完全不同步甚至可能处于混沌状态，两者共存，甚至会在时空中间歇共存。两年后，美国数学家史蒂文·斯特罗加茨（Steven H. Strogatz, 1959-）和他的合作者用希腊神话中一个怪兽 Chimera 的称谓将之命名为“奇美拉同步”，引来了很多兴趣。

至今，复杂网络同步问题获得了非常广泛的关注，许多相关问题如广义同步和集群同步以及多层网络同步和高阶网络同步的活跃研究仍在蓬勃发展之中。

【三】惠更斯的科学贡献

现在回来把惠更斯的故事讲完。惠更斯在多个科学领域做出了许多开创性的贡献，被认为是十七世纪最重要的科学家之一。除了上面介绍的时钟制作和同步现象研究，他在光学、天文学、力学和数学方面都有奠基性的贡献，影响深远。

光学

惠更斯是光波动学说的奠基人之一。1678 年，惠更斯在法国科学院的一次演讲中公开反对英国科学家艾萨克·牛顿爵士（Sir Isaac Newton, 1642-1727）关于光的微粒学说。惠更斯指出，如果光是微粒性的，那么光在相遇时就会因发生碰撞而改变方向——可是人们并没有观察到这个现象，而且利用微粒说去解释折射的话会得到与实验相矛盾的结论。

1690 年，惠更斯在《光论》（Traité de la Lumière）中提出，光是一种在“以太”（ether）中传播的波。他提出了“惠更斯原理”，即波阵面上每一点均可视为次级球面波的波源，而这些次级波的叠加形成新的波阵面。该原理合理地解释了波的传播、

折射、衍射等现象。惠更斯的光波动理论在十九世纪被托马斯·杨（Thomas Young, 1773-1829）的双缝干涉实验和法国工程物理学家奥古斯丁-让·菲涅尔（Augustin-Jean Fresnel, 1788-1827）的衍射理论及实验所证实，成为现代光学的基石（图 6）。

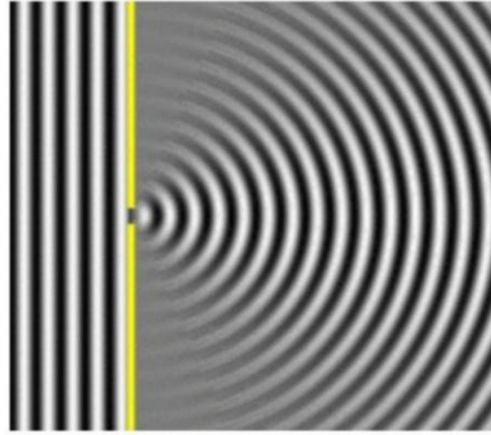


图 6 惠更斯的光波动理论示意图

惠更斯在其波动理论框架下，运用他的惠更斯原理，对丹麦物理学家拉斯穆斯·巴托林（Rasmus Bartholin, 1625-1698）发现的方解石双折射现象给出了正确的理论解释。他指出，在晶体中光波前（wavefront）分裂为两种：一种是球面波前对应的寻常光，遵守标准折射定律；另一种是椭球面波前对应的非寻常光，不遵守标准折射定律。这一理论成功地用几何方法解释了两者的传播路径的差异。

惠更斯还支持伽利略关于光速有限的猜想，并通过天文观测间接地估算出光速，为后人精确的测量提供了思路。

天文学

1650 年代，惠更斯提出了一种改良望远镜镜片研磨与抛光的方法，进而设计了自己的目镜，制造出当时最先进的折射望远镜，并用来观测星空。1655 年，他发现了土星的最大卫星“土卫六”（泰坦，Titan），并首次正确解释了土星环的结构，认为它是一个与土星分离的薄环，推翻了伽利略早期认为土星是“三重行星”的误判。1659 年，惠更斯宣称，他确定了围绕土星的环系统的真实形状。但是，在其后的十年间，他受到许多天文学家质疑，直到望远镜持续改良后才被公认为正确。1659 年，惠更斯把他关于土星的观察和研究总结在《土星系统》（Systema saturnium）一书中（图 7）。

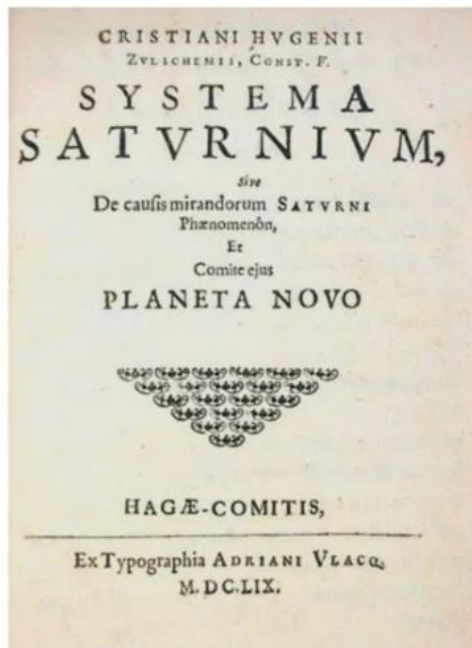


图 7 惠更斯著作《土星系统》

1673 年，惠更斯首次详细观测并记录了火星的极地冰冠和木星表面的云带特征，并观测到火星表面的暗区，推测可能存在类似地球的地形。他还详细描绘了猎户座星云。

1684 年，惠更斯出版了《简明天文观测学》（*Astroscopia Compendiaria*），系统地介绍他新研制的无管式太空望远镜。

力学

1651 年，惠更斯发表了一篇题为“论浮体或阿基米德著作中关于抛物面截段物体在水中的平衡”的拉丁文短文。文中，他不仅重新推导了阿基米德（Archimedes，前 287 年-前 212 年）的结论，而且将其推广到了更一般的情形。他巧妙地运用抛物线的几何性质，将本质上是积分的复杂问题转化为容易处理的几何比例关系，从而得出了清晰的稳定平衡条件。惠更斯利用这一结果，进一步提出了关于圆锥体、平行六面体和圆柱体稳定性的解法。他的方法实际上类似于现代力学中的“虚功原理”。

1651-1657 年间，惠更斯与法国哲学家、数学家勒内·笛卡尔（René Descartes，1596-1650）互相通信探讨物体碰撞问题。1668 年，惠更斯向 1660 年成立的皇家学会（The Royal Society）提交了一篇关于弹性体碰撞研究的论文，指出笛卡尔碰撞定律的错误。惠更斯以实验证明：两个物体碰撞前沿固定方向的运动量等于碰撞后沿该方向的运动量。他称之为“运动量守恒”。当年，惠更斯并不明确他的“运动量”是什么，而现代力学中的“动量”概念是后来由牛顿加以完善的。惠更斯这项研究的主要成果收集在他的《论碰撞物体的运动》（*De Motu Corporum ex Percussione*）之中。该论著完成于 1656 年，但到 1703 年他去世后才正式出版。



图 8 惠更斯著作《论离心力》

1659 年，惠更斯在《论离心力》（De Vi Centrifuga，图 8）中建立了力学中的离心力定律。他在 1673 年出版的《摆钟论》中写道：“除了我们迄今研究的摆动以外，还存在另一种摆动形式，即悬挂的重物沿圆周运动。因此，在我们发明第一个时钟的同时，也构思了另一款时钟。……我原本打算在此发布这些时钟的详细设计，以及关于圆周运动和所谓的‘离心力’的论述，但因为在这个话题上我还有更多内容要分享，目前无法一一详述。无论如何，为了让对此感兴趣的人更早地了解这些新颖而且有用的思考，以免出现突发事件妨碍了发布，我决定打破原计划，增补了这第五部分……”。同年，牛顿收到了惠更斯的著作。他回复说：“向惠更斯先生表达我的谦卑感谢……我很高兴期待关于‘离心力’的进一步论述。这种理论在自然哲学、天文学及机械学中都极有价值。”1687 年，牛顿在他的名著《自然哲学的数学原理》（Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica）中进一步发展和完善了离心力理论。后来，阿尔伯特·爱因斯坦（Albert Einstein，1879-1955）等人通过离心力与引力之间的类比建立了广义相对论中的等效原理。

数学和物理学

惠更斯的第一部数学作品是《双曲线、椭圆和圆的面积求积定理》（Theoremata de Quadratura Hyperboles, Ellipsis et Circuli），于 1651 年 22 岁时出版。该书的第一部分包含了计算双曲线、椭圆和圆的面积的公式，与阿基米德关于圆锥曲线的研究特别是“抛物线求积”相对应。第二部分描述了双曲线、椭圆和圆的弧段的重心与该弧段的面积的相关性。

惠更斯后来还研究过曲线的渐屈线，即其所有曲率中心的轨迹。特别有趣的是他研究过的“等时降线”（tautochrone curve）。这是一种特殊曲线，将一质点放置在此无阻力曲线上任一点使其自由下滑至最低点所需的时间都是相等的。1659 年，惠更斯证明此曲线的解是摆线，并以之来设计了更精准的摆钟。

惠更斯与法国数学家布莱斯·帕斯卡（Blaise Pascal, 1623-1662）曾在 1660 年 12 月会面。惠更斯后来回忆道：“我们谈到了稀薄水在火炮中的威力以及飞行问题。我还向他展示了我的望远镜。”之后，两人有过许多通信，探讨了概率问题。惠更斯出版的书《论赌博中的计算》（De Ratiociniis in Ludo Aleae）是概率论史上第一部正式的数学论著。

惠更斯在和德国数学家戈特弗里德·莱布尼兹（Gottfried W. Leibniz, 1646-1716）的通信中提出了下面一个求和问题：

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)/2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \cdots = ?$$

莱布尼兹利用差分关系 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 解决了上述“惠更斯级数”的求和问题，并由此引出了调和三角形（也称莱布尼兹三角形，图 9）。后来瑞士数学家雅各布·伯努利（Jacob Bernoulli, 1655-1705）也利用惠更斯级数证明了无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 的收敛性。事实上，在平面几何、组合论、概率论、微积分里都有惠更斯级数的应用。

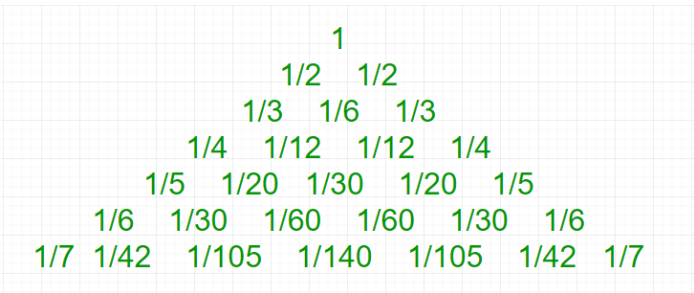


图 9 莱布尼兹三角形

在物理学方面，1655 年他设计并改良了酒精温度计。1665 年，他首次明确提出，应该用水的冰点（或雪的熔点）和沸点作为温度计的两个恒定参考点，以此来统一温度标度。惠更斯是第一个用数学公式来描述物理定律的人，被称为第一个理论物理学家和数学物理学创始人。

惠更斯还研究过声学。1691 年，他将八度音程分成 31 个相等的部分，为乐器创造了一个近似的十二平均律系统。

总而言之，惠更斯的科学贡献是多方面的。特别是，他的研究展现了数学、物理实验与工程应用的结合，被认为是近代科学研究方法的一个典范。

【四】惠更斯的生平简介

惠更斯于 1629 年 4 月 14 日出生在荷兰海牙。他的父亲康斯坦丁·惠更斯（Constantijn Huygens, 1596-1687）是一名外交官和一位诗人兼音乐家，与欧洲各地的知识分子有广泛的通信来往，包括天文学家伽利略、数学家马林·梅森（Marin Mersenne, 1588-1648）和哲学家笛卡尔。他的母亲名叫苏珊娜·范·贝尔勒（Suzanna van Baerle, 1599-1637）。他们家中有五个孩子，惠更斯排行第二。

惠更斯小时候没去上学，一直在家里接受父亲的个人教育。他从小就喜欢玩磨坊和机器小模型。他接受了父亲的博雅教育，学习语言、音乐、历史、地理、数学、逻辑和修辞学，以及舞蹈、击剑和骑马。后期，他间接受到笛卡尔的影响开始喜欢数学。

1645 年，惠更斯 16 岁。父亲把他送去莱顿（Leiden）大学学习法律和数学。在那里，惠更斯接受到最新的数学教育，学习了法国数学家弗朗索瓦·韦达（Francois Vieta, 1540-1603）、笛卡尔和梅森的著作。1646 年 10 月，惠更斯考察了一座悬索桥的形状，并证明了悬链线并非伽利略所认为的抛物线。

1647 年，惠更斯转到在布雷达（Breda）新成立的 Orange 学院继续学习，原因是他父亲到了该学院当院长。这时候，惠更斯对数学已经十分感兴趣。1647-1648 年间，惠更斯和数学家梅森的通信涵盖了各种数学和力学主题，包括自由落体定律的数学证明、圆的求积法、椭圆曲线的刻画、抛射体以及振动弦的计算等。

惠更斯于 1649 年 8 月完成学业后离开布雷达，在父亲的安排下承担一些外交事务。同年，他作为外交使团成员前往丹麦，并希望继续前往斯德哥尔摩拜访笛卡尔，但因天气恶劣未能成行。1650 年，笛卡尔去世，两人终究无缘相见。那时，尽管父亲希望惠更斯成为一名外交官，但家道中落的现实使父子二人的愿望未能实现。

1654 年，惠更斯辞去外交工作，回到海牙的父亲家中。这段时间里，他别无他事，得以专心进行数学研究。期间，惠更斯发展了广泛的通信者群体，包括与他极为敬仰的法国律师、业余数学家皮埃尔·德·费马（Pierre de Fermat, 1601-1665）通信。那是惠更斯人生中科学发现和创造最为丰富的时光。如上所述，惠更斯在天文学、力学和数学方面都取得很大成就。他重要的光学成就则是后来的事。

1663 年，英国皇家学会选他为第一个外籍院士。1666 年，路易十四大帝（Louis XIV, 1638-1715）新成立的法国皇家科学院选他为院士，并邀请他前往巴黎担任科学院的领导职务。在法国科学院，从 1671 年起，法裔英国物理学家和发明家丹尼斯·帕潘（Denis Papin, 1647-1713）担任惠更斯的科研助手。他们共同开展的项目之一是火药发动机，那是使用火药作为燃料的内燃机的雏形，不过最后没有成功。

1670 年起，惠更斯的身体开始出现持续的健康问题，以致他离开巴黎回到荷兰休养。但次年他又回到巴黎继续工作。

1672 年，年轻的德国外交官莱布尼兹访问巴黎，期间结识了惠更斯。那时莱布尼兹正在研究一台计算机。1673 年初，莱布尼兹开始接受惠更斯的数学指导，直至 1676

年。此后数年间，两人保持着广泛的通信。不过，当年惠更斯对莱布尼兹的微积分思想并不怎么认同。

1672 年，法国路易十四大帝出兵入侵荷兰、比利时、卢森堡等欧洲低地国家。这让惠更斯的处境极其艰难：他在巴黎科学院身居要职，而此时法国正与自己的祖国交战。为此，他长期郁郁寡欢，慢慢便患上严重抑郁症。

1681 年，惠更斯病重，离开巴黎回到了海牙。1687 年，惠更斯父亲去世，他继承了父亲的庄园并留在那里居住。

1689 年，惠更斯访问英国，期间于 6 月 12 日与牛顿会面，讨论了光学及其数学原理问题，之后还保持了一段时间的通信。

1695 年 7 月 8 日，惠更斯在海牙去世，享年 66 岁。他被安葬在 Grote Kerk 大教堂墓地父亲的墓旁。

惠更斯从未结婚，生前的最后几年在老家庄园过着孤独抑郁的生活。作为一个理性主义者，他不相信外在的至高存在，也不接受在他成长过程中对他一直存在的基督教影响。尽管如此，他推测在类似地球的行星上可能存在外星生命。他在 1695 年的遗作《宇宙论》（Cosmotheoros）中探讨了地外生命的可能性，该书在惠更斯去世后于 1698 年正式出版。

【五】惠更斯的永恒纪念

火星上有个陨石坑被命名为惠更斯石坑。

月球亚平宁山脉（Montes Apenninus）上的一座山被命名为惠更斯山。

位于木星与火星之间小行星带的第 2801 号小行星被命名为惠更斯星。

欧洲航天局（ESA）发射的惠更斯号探测器于 2005 年 1 月 14 日成功登陆土星的最大卫星“土卫六”。

惠更斯的形象被印刷在荷兰邮票和货币上（图 10）。他被视为荷兰科学精神的象征。



图 10 印有惠更斯肖像的旧荷兰钞票