

明清江南数学家

陈关荣

(香港城市大学)

最早从现代科学角度研究中国数学史的人应数美国数学史家、教育家大卫·史密斯 (David Eugene Smith, 1860-1944 年) 以及日本数学史家三上义夫 (Mikami Yoshio, 1875-1950 年)。1912 年, 史密斯在美国《科普月刊》(The Popular Science Monthly) 发表了一篇短文“中国数学”(Chinese Mathematics)。次年, 他和三上义夫合作, 在《日本数学史》(A History of Japanese Mathematics) 中更为详细地论及中国数学史。特别是, 三上义夫 1913 年出版的英文本《中国和日本数学的发展》(The Development of Mathematics in China and Japan) 是第一部以现代科学方式系统地论述中国数学史的专著。该书分两部共四十七章, 其中第一部论述中国数学史占二十一章。书中介绍了刘徽、杨辉、秦九韶、李冶、朱世杰等中国古代著名数学家, 以及《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《孙子算经》《张邱建算经》《五曹算经》《夏侯阳算经》《数书九章》《四元玉鉴》《数理精蕴》等主要数学著作。

史密斯和三上义夫的论著影响了中国数学史(当年称为算学史)研究的奠基人李俨(1892-1963 年)和钱宝琮(1892-1974 年)。李俨是福建福州人, 年轻时主要在西北地区铁路部门任工程师, 后半生在中国科学院历史研究所任研究员。钱宝琮是浙江嘉兴人, 毕生在大学任教。1925-1927 年, 他在南开大学数学系任职教授, 后期在中国科学院中国自然科学史研究所任研究员。陈省身在 2002 年一封信中说: “钱宝琮先生是有名的中国数学史家, 专治中国算学史, 在这方面是很有创见的。钱先生又是著名的数学教育家, 是我大学的启蒙老师。”

陈省身在几乎所有的文章和发言中都把中国传统数学称为“算学”, 那是因为他年轻时国内并没有“数学”这个中文名字, 该名字是后来从日本传入的。中国算学起源于仰韶文化, 距今约有五千年历史。在很漫长的一段历史里, 这个称谓是准确的, 因为中国人擅长计算技术, 如经典数论估算、圆周率计算、代数方程求解以及各种面积体积测算。那时的算学离今天我们理解的数学如实分析、复分析、泛函分析、抽象代数、拓扑学、数理统计等相距甚远。后来, 现代数学传入中国, 才慢慢扩充深化了传统算学。1939 年 8 月, 民国教育部通令全国高等院校, 一律遵用“数学”这一名称。之后, 数学正式取代了算学的称谓, 沿用至今。

中国历史上有几位比史密斯和三上义夫年代略早的大数学家。明清时期, 特别是清代乾隆和嘉庆两朝(约 1736-1820 年), 江南有一个“乾嘉学派”。他们汇通、发展并运用丰富的天文学和算学知识, 对历法逐一加以审核验证, 大体上结束了过去两千多年历法散乱无章、错误百出的局面, 也带动了算法研究的长足发展。其中特别值得提及的是当年被称作“谈天三友”的算学家焦循(1763-1820 年)、汪莱(1768-1813 年)和李锐(1769-1817 年)。笔者以前在“乾嘉学派算学家之‘谈天三友’”一文中对他们作过详细介绍[1]。

明清时代是中国数学史上的一个重要转折时期。在那约三百年漫长的时段里, 曾在复古思潮推动下一度蓬勃发展的传统算学衰落了, 西方近代数学知识开始逐步并系统地传入中国。

那时，许多中国数学家承前启后，融会中西，对近代数学在中国的传播和发展作出了不可磨灭的贡献。其中一位特别重要的人物是康熙皇帝（1653-1722 年）。他喜好科学，特别“酷爱数学”。他支持引进西方数学、公开数学资料、拔擢学者为官、设立数学机构、组织编纂数学专著等举措，对中国近代数学的研究和发展起了极大的推动作用，功不可没。

本文介绍在 1550-1900 年之间明清时期的几位著名中国数学家，大致按他们的出生年份排列。因为这几位数学家都出自江浙徽，历史上统称为“江南数学家”。

徐光启

徐光启（1562-1633 年），字子先，号玄扈，谥文定，上海人。

徐家原住苏州，后迁上海。徐光启祖上曾是富商，但因遭倭寇抢掠，他出生时已家道中落。1581 年，徐光启应试考中秀才，留在家乡教书。之后十年，他三次乡试不第。1593 年，徐光启赴广东韶州任教，在那里结识了 1594 年来华的意大利传教士郭居静（Lazzaro Cattaneo, 1560-1640 年）。两年后，他转至广西浔州任教。1600 年，他赴南京拜望恩师焦竑（1540-1620 年）。当年焦竑任乡试主考官时，将落榜的徐光启提为第一名，叹曰：“此名世大儒无疑也”。在南京，徐光启认识了 1601 年来华的意大利传教士利玛窦（Matteo Ricci, 1522-1610 年），结为知己。1603 年，徐光启受洗加入天主教会，取教名 Paulus。次年，徐光启考中三甲进士，被选为翰林学院庶吉士。后来，他官至礼部尚书兼文渊阁大学士、内阁次辅。

徐光启跟从利玛窦学习西方天文、历法、数学、测量和水利等科学技术。1606 年，徐光启和利玛窦开始合作翻译《几何原本》，即平面几何部分，次年春天完成前六卷并出版。徐光启的很多数学术语的译名都十分恰当，例如点、线、面、直线、椭圆、平行线、直角、锐角、钝角、三角形、四边形等，被沿用至今。徐光启说：“《几何原本》者度数之宗，所以穷方圆平直之情，尽规矩准绳之用也。”不久，他俩又合作编译了《测量几何》一书。

1607 年，徐光启被授予翰林院检讨，官从七品。任职期间，他先后编辑了《测量法义》《勾股义》两部数学著作，以及拟写了《甘薯疏》《芜菁疏》《吉贝疏》《种棉花法》《代园种竹图说》等农学书籍。

1610 年，徐光启与一些传教士合作研制天文仪器，同时写了《简平仪说》《平浑图说》《日晷图说》《夜晷图说》等著述。1612 年，他向意大利传教士熊三拔（Sabatino de Ursis, 1575-1620 年）学习西方水利知识，两人合译了《泰西水法》六卷。期间，徐光启再度与利玛窦合作，校订并出版了《几何原本》第二版。

1613 年，徐光启因与朝中一些大臣意见不合，告病离职避住天津。他在房山和涞水两县开渠种稻，进行各种农业实验，撰写了《宜垦令》《农书草稿》等书，为后来编撰巨型的《农政全书》打下了基础。1616 年，礼部侍郎沈淮（1565-1624 年）连上三道奏疏，请皇上查办天主教传教士，史称“南京教案”。徐光启上《辩学章疏》为传教士们辩护。同年，徐光启复职回京，次年任职詹事府左春坊左赞善。

1618 年，后金大汗努尔哈赤（1559-1626 年）发兵进犯中原。徐光启入京，多次上疏请求练兵，进行抵抗和防御。1619 年，徐光启以詹事府少詹事兼河南道监察御史的新官衔督练新军。在军事方面，他特别注重火炮制造。他把自己军事文章辑录成册，刻印刊行了《徐

氏庖言》。他撰写的《选练百字诀》《选练条格》《练艺条格》《束伍条格》《形名条格》《火攻要略》《制火药法》等是我国近代早期的一批军事条令法典和战术指引。

1621年，徐光启再次告病回到天津。1624年，他又被召回并升任礼部右侍郎兼侍读学士。当时朝中宦官魏忠贤（1568-1627年）专权，徐光启不肯就任，次年便遭谏劾去职。徐光启这次到了上海。在那里，他将积累多年的农业资料系统地进行编辑。其时，他与意大利传教士毕方济（Franciscus Sambiasi, 1582-1649年）合译了《灵言蠡勺》。在人口统计方面，徐光启认为人口增长大约三十年翻一翻，在中国历史上第一次明确提出了“人口增长率”的概念。

1628年，崇祯皇帝即位，杀了奸臣魏忠贤。徐光启奉召回京，官复原职。次年，他升任礼部左侍郎。1630年，徐光启再升礼部尚书，并由崇祯主持开局修订历法。他陆续上献多本历书，集成《崇祯历书》，共四十六种、一百三十七卷。徐光启在这些历书中，详细论述了数学在天文历法、水利工程、音律、兵器兵法及军事工程、会计理财、建筑、机械、大地测量、医药、钟漏计时器制造等十个方面的应用。其中，他引进了圆形地球和经度纬度的概念，并根据第谷星表结合中国传统星表制定了中国第一幅全天星图。在方法上，他引进了球面和平面三角学的准确公式，并首先计算了视差和蒙气差及时差修正。可惜的是，徐光启编制的《崇祯历法》在他生前未及启用，后被德国传教士汤若望（Johann Adam Schall von Bell, 1591-1666年）更名为《西洋新法历书》献给了清朝皇帝。除《崇祯历书》全书的总编工作外，徐光启还参加了《测天约说》《大测》《测量全义》《日缠历指》《日缠表》等书籍的具体编译工作。

1632年，徐光启以礼部尚书东阁大学士身份入参机务。次年，他被冠为太子太保兼文渊阁大学士。1633年，他病逝于任上，后来归葬上海今天的徐家汇光启公园。徐光启去世后，他留下的六十卷巨著《农政全书》于1639年正式刊行。



图1 利马窦和徐光启画像（1667年）[取自维基]

李之藻

李之藻（1565-1630 年），字振之，又字我存，号凉庵居士，又号凉庵逸民，浙江仁和人。他是中国最早期的天主教徒之一，教名为 Leon。

李之藻于1594年参加乡试中举人，1598年参加会试中进士，被授南京工部营缮司员外郎。此后，他历任工部分司、开州知州、南京太仆寺少卿、治理河道工部郎中等职。

1601 年，意大利传教士利玛窦来到北京，李之藻随即与之交友。一天，李之藻在利玛窦家里看到一幅世界地图《山海輿地全图》，是在中国刻印的第一幅从西方传入的世界地图。这幅地图让李之藻大开眼界，因为当时中国绘制的世界地图都是中国本土位于世界中央，四周环绕大海和散布海上代表“外国”的小岛。李之藻了解世界地理后，决定重刻利玛窦的地图，并把它改名为《坤輿万国全图》，然后在国内发行。新地图一出立即供不应求，再次印刷总数达一千多份，流传全国各地。

李之藻从此对西方科学产生浓厚兴趣。他一生编译了许多西方科学书籍，内容广泛，涉及多个领域。李之藻编译并注释的第一部西方天文学著作是《浑盖通宪图说》。他根据西方天体学说，解释《周髀算经》中的浑天盖天即星盘原理。李之藻最有代表性的作品是《天学初函》，是他所有编译著作中规模最大和影响最深的一部，对十七世纪中国天文学的发展起了极大的推动作用。他的其他编译著作包括《同文算指》，是第一部介绍欧洲笔算的著作。他还有《寰有诠》一书，内容涉及西方宗教与宇宙论及一些天文新发现，以及《圆容较义》《经天该》《历指》《测量全义》《比例规解》《日躔表》等书籍。此外，李之藻还自己制作了天球仪、地球仪和星盘等仪器。

1629 年，徐光启奉崇祯旨，督领修历。李之藻经徐光启推荐，奉旨到历局参与编译历书，至次年去世。

梅文鼎

梅文鼎（1633-1721 年），字定九，号勿庵，安徽宣城人。

梅文鼎出身名门望族，十五岁考取补博士弟子员即末科秀才，但以后却屡应乡试不第，终生无官无位。他幼年跟随私塾教师罗王宾学习天文历算知识，二十七岁师从满腹经纶的道士倪观湖学习数学和天文历法。梅文鼎一生博览群书，不仅穷究其理，而且“发所以立法之故，补其遗缺”。他中年丧妻，之后经常外出云游，后于1689年到达人文荟萃的北京，在那里结交了许多学者文豪。个人的勤奋努力加上广泛的学术交流，让他逐渐成为杰出的天文学家和数学家，成为清代“历算第一名家”，先后三次被康熙皇帝召见。

梅文鼎毕生致力挖掘复兴中国传统的天文学和算学知识。虽然他赞同“西学中源”而不是“西学东渐”的观点，即主张西方的科学源于中国，但是他始终努力把西方传入的科学知识与中国传统的天文历法及算学相结合。他说“天下之不可不通而又不易通者，算术之学也”。他认为“法有可采何论东西，理所当明何分新旧”，并主张“技取其长，而理唯其是”。梁启超曾经评价他说：“我国科学最昌明者，惟天文算法，至清而尤盛。凡治经者多兼通之，其开山之祖，则宣城梅文鼎也。”

梅文鼎的天文历算和数学著作大致分为五类：一是对古代历算的考证和补订；二是将西方新法结合中国历法融会一起的论述；三是回答他人的疑问和授课的讲稿；四是对天文仪器的考察和说明；五是对古代方志中天文知识的研究。

梅文鼎的天文历法研究从授时历和大统历开始，同时参阅西方历法，比较异同，求取会通。1662年，梅文鼎写成他第一部天文学著作《历学骈枝》。后来，他编辑了巨著《古今历法通考》五十八卷，并屡有增补，最终成书七十卷。他还著有《历学疑问》《历学疑问补》《交食管见》《交蚀蒙求》《平立定三差解》等历算书，均被收录在《四库全书》和《历算全书》中。此外，梅文鼎非常注重天象观测实践。他验证了地圆学说并指出占星术是迷信。观星多年间，他还创造了一些具有中西特色的天文仪器，为后世天文学研究提供了有用工具。



图2 梅文鼎《历算全书》（新版，中华书局，2024）

梅文鼎的数学研究从1672年写成第一部著作《方程论》开始，之后较多侧重于平面和立体几何学。他对明末徐光启和利玛窦合译欧几里得的《几何原本》相当熟识，在自己的研究中经常使用尺规作图，出版了《几何摘要》《几何补编》《几何增解》等专著。他在《勾股举隅》中深入研究了中国传统勾股算术，给出了勾股定理三种新证明并独立发现了“理分中未线”即黄金分割法。他在《平三角举要》和《弧三角举要》中介绍了平面和立体几何许多基本性质、定理和公式，在《少广拾遗》中阐发了“杨辉三角形”，在《方圆幂积》里讨论了球、圆柱、球台及球扇形等立体几何性质，又在《堑堵测量》和《环中黍尺》里分别借助多面体模型和投影法来阐述相关测算法。此外，他的《笔算》《筹算》《度算释例》《比例数解》等书介绍了西方传入的对数计算方法。梅文鼎还做了大量拾遗补漏工作，著有《庚午元历考》《交食图法订误》《回文法补注》《西域天文书补注》《浑盖通宪图说订补》《七政草补注》。

梅文鼎自撰的《勿庵历算书目》包含天文学著述六十二部八十卷和数学著述二十六部七十六卷，但生前大部分都没有正式出版。后人将其历法和数学著作汇为《梅氏丛书辑要》，并将其诗文杂著汇为《绩学堂文钞》《绩学堂诗钞》。其中，《梅氏丛书辑要》六十卷，包括历法二十卷和数学四十卷。此外，他编集有数学著作《中西算学通》二十六卷。

以梅文鼎为首，加上他两个弟弟、一个儿子、两个孙子和五个曾孙，梅家总共出了十一位数学家。中国数学史家、科学史家严敦杰（1917-1988 年）曾评论说：“在 17 至 18 世纪，我国数学研究主要为安徽学派所掌握，而梅氏祖孙为中坚部分。”

1985 年，宣州文物部门在文物普查时发现了梅文鼎的坟墓，是他和夫人陈氏、儿子以燕的合葬墓，其营造人是《红楼梦》作者曹雪芹的父亲曹頫。

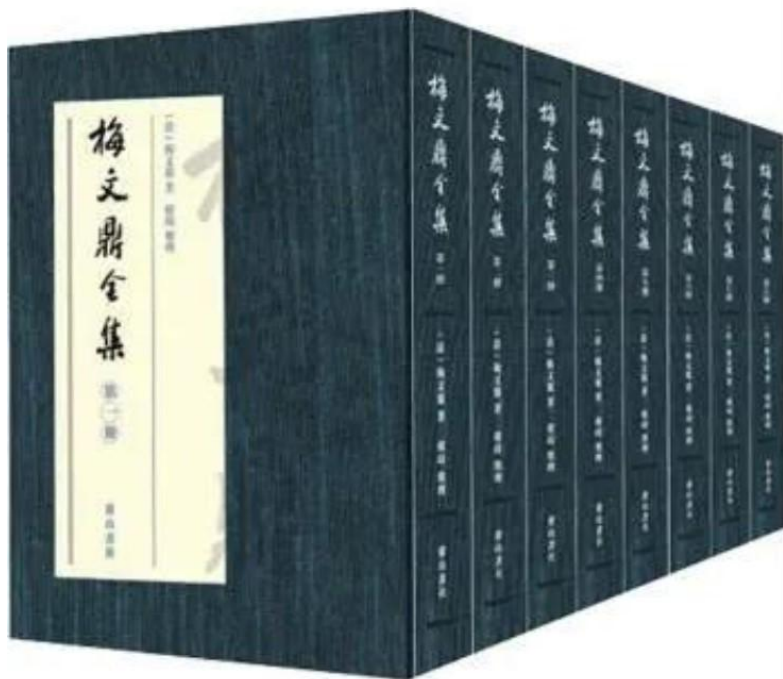


图 3 《梅文鼎全集》（韩琦整理，黄山书社，2020）

陈厚耀

陈厚耀（1648-1722 年）字泗源，号曙峰，江苏泰州人。

陈厚耀早年师从梅文鼎研究天文历算，1706 年考取进士。他因通晓历法被大臣理学家李光地（1642-1718 年）推荐给康熙皇帝，之后常与康熙讨论数学问题，很受康熙赏识重用。他曾向康熙提出“定步算诸书以惠天下”的建议，获接纳。康熙随即任命梅文鼎孙子梅穀成（1681-1764 年）当汇编官，与太子允祉、允禄兄弟等众人一道编撰《数理精蕴》，历时十年成书，是一部包括许多西方数学知识的百科全书。陈厚耀历任苏州府学教授、内阁中书、翰林院编修、国子监司业、翰林院修撰等职，官从六品。

陈厚耀一生著作很多，但大部分已经丢失或者残缺不全。目前仅存两本后人修订编撰的完整数学著作，一本是现藏于中国科学院自然科学史研究所的手稿孤本《算义探奥》，另一本是西北大学李培业教授个人收藏的《陈厚耀算书》。后者共六册，包含五方面的数学问题，其中《算法原本》论述算术基础，《直线体》研究多面体计算，《堆垛》讨论级数求和，《借根方比例》介绍西方代数学。陈厚耀还有两册《勾股图解》，研究直角三角形求解。其中一册名为“积求勾股法”，由于卷首有“钦授积求勾股法”字样，被认为是康熙皇帝的“数学专著”。此外，陈厚耀还写有《算法纂法总纲》《八线根表》等算学著作。

陈厚耀不仅在天文历算和数学领域有卓越贡献，在文史方面也颇有成就。他的《春秋长历》《春秋战国异辞》《春秋世族谱》等作品被收入《四库全书》。他还著有《孔子家语注》《左传分类》《礼记分类》《通表》《摭遗》等书籍。

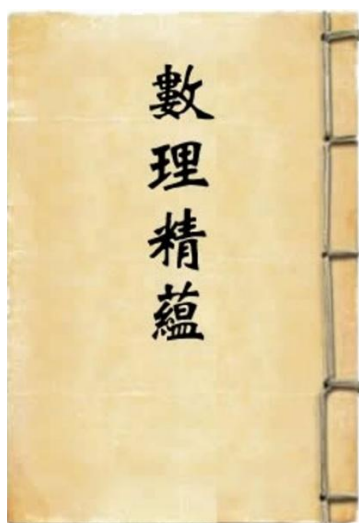


图4 康熙御制《数理精蘊》

项名达

项名达（1789-1850 年），原名万准，字步莱，号梅侣，浙江仁和人。

项名达于 1816 年考取举人，被授国子监学正。1826 年，他考取进士，官任知县。但他辞官归学，主讲于杭州茗南书院和紫阳书院。1846 年他辞去讲席，专心著书，直至去世。

当年，项名达是代表“西派”即赞成“西学东渐”的数学家。他著有《下学庵算学》三卷，分别为《勾股六术》《三事和较术》《开诸乘方捷术》，附有《图解》。他还留下未完成书稿《象数一原》七卷，其中卷一“整分起度弦矢率论”，卷二“半分起度弦矢率论”，卷三及卷四“零分起度弦矢率论”，卷五“诸术通论”，卷六“诸术明变”，卷七“椭圆求周图解”。书中卷四和卷六部分以及卷七全卷由戴煦（1805-1860 年）补全。项名达的《开诸乘方捷术》和《算律管新术》都是关于开方的算法。他在三角函数级数展开式和二项展开式求和等方面获得一些重要成果。他和戴煦一起推导出了幂指数为非整数的二项式定理以及用逐次逼近法开高次方的递推公式。他对“方圆互通”兴趣甚浓并有深入研究，创造了弧线的“零整分递加”算法。特别是，人们很早就知道计算椭圆的面积有个简单公式： πab ，其中的 a 和 b 是椭圆半长轴和半短轴，但要计算椭圆周长就不容易了。在没有现代微积分知识的年代，项名达给出了一个本质上是无穷级数展开的公式，能以不同精确度要求去计算椭圆周长，后人称为“项名达公式”。

1850 年，项名达病逝于杭州。

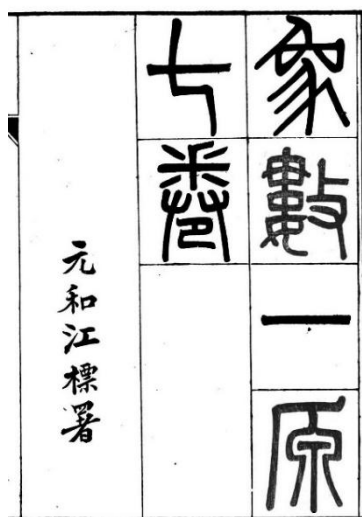


图5 项名达《象数一原》七卷

董佑诚

董佑诚（1791-1823 年），字方立，江苏常州人。

董佑诚少时家道中落，生活困窘。他年轻时广游天下，兴趣在经史，及至地理和数学。

1817 年，董佑诚随兄客居北京，之后专攻数学，特别精于历算。董佑诚的天文数学著作集《董方立算书》共五种七卷，包括《割圆连比例术图解》《椭圆求周术》《斜弧三边求角补术》《堆垛求积术》《三统术衍补》。其中，《割圆连比例术图解》讨论了三角函数和反三角函数的幂级数展开计算，其方法是从连比例的几何线段入手，研究全弧通弦和分弧通弦二者的关系。他发展了弧与弦矢互求的四种算术：“有通弦，求通弧加倍几分之通弦”，“有矢，求通弧加倍几分之矢”，“有通弦，求几分通弧之一通弦”，“有矢，求几分通弧之一矢”，并分别给出了幂级数展开式，称之为“立法之原”四术。

文学方面，董佑诚著有《兰石斋骈体文》《移华馆骈体文》等书。

董佑诚去世后，其兄董基诚汇其遗稿，以《董方立遗书》之名刊刻出版，共十六卷。

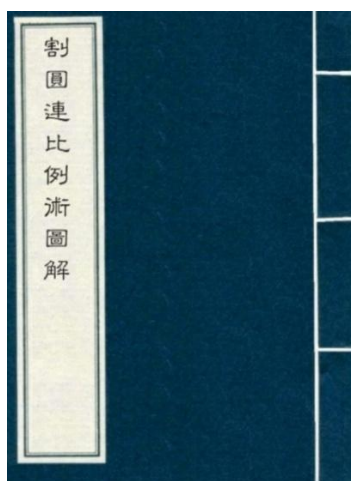


图6 董佑诚《割圆连比例术图解》

顾观光

顾观光（1799-1862 年），字尚之，别号武陵山人，江苏金山人。

顾观光出生行医世家。他早年为太学生，后屡试科举不中，之后绝意仕进，继祖业行医。他除医学、数学和历法之外，对地理学和训诂学也有深入研究。

1834 年，顾观光协助藏书家钱熙祚校勘《守山阁丛书》和《指海》，并协助国学家钱培名校勘《小万卷楼丛书》等巨著。

对西方科学技术传入中国，顾观光主张“中西之法可互相证，而不可互相废”。顾观光在研究天文学过程中，综合了中西历法的正确数值计算，订正了汉代天文学著作传刻本《周髀算经》中二十七处错误，留下了《周髀算经校勘记》。他先后写了《六历通考》《回回历解》《九执历解》《甲子元推步简法》《癸卯元推步简法》《五星推步简法》等著述。1846-1851 年间，他还写了《算剩初编》《算剩续编》《算剩余编》等数学书籍。

1854-1855 年间，顾观光发表了几篇数学论文，提出了一些有关圆计算、级数求和、对数求解和对数表制作的修订补充意见，完善了戴煦、项名达和李善兰（1811-1882 年）等人的研究成果。如前所述，欧几里得《几何原本》前六卷由明代徐光启和利玛窦合译出版。1855 年，李善兰和英国传教士、汉学家伟烈亚力（Alexander Wylie, 1815-1887 年）合译了欧几里得《几何原本》后九卷，由顾观光校订。顾观光随后写了《几何原本六合六较线解》和《几何原本后》两书。李善兰所译的《重学》是中国第一部力学译作，涵盖静力学、运动学、动力学和流体力学共二十卷，再版前由顾观光和江苏南菁书院首任院长张文虎（1808-1885 年）校订。之后，顾观光写了《静重学记》《动重学记》《流质重学记》《天重学记》等力学书籍。他是中国最早发表力学论文的作者之一，是中国近代力学的先驱。此外，他还是伟烈亚力 1858 年主编的上海第一家中文月刊《六合丛谈》的主笔之一。

1874 年，顾观光编辑了《九数外录》十篇，其中六篇关于数学、四篇关于力学。顾观光的其他数学和天文学著作包括《算胜初》《九数存古》《九数外录》《六历通考》《九执历解》《回回历解》《推步简法》《新历推步简法》《五星简法》《日法朔余强弱考补》等。顾观光 1860 年出版的《对数衍》是研究对数的名著。

在文史方面，顾观光研究和整理了大量古籍，先后撰写了《古韵》二十二卷、《国策编年考》一卷、《七国地理考》十四卷，并校勘了《华阳国志》《吴越春秋》《列女传》《文子》等书，均附上他写的《校勘记》。顾观光还编辑了《古书逸文》，特别是《神农本草》《七律拾遗》《桓子新论》等散失书籍。他诠释性的书籍包括《伤寒论》《金匱要略论注》《伤寒经解》。此外，他还编集了一本综合性著作《武陵山人遗书》。



图7 顾观光《武陵山人遗书》

戴煦

戴煦（1805-1860 年），初名邦棣，字鄂士，又字鹤墅，号仲乙，浙江钱塘人。

戴煦家是杭州名门望族，祖父明朝时在杭州为官，父亲是杭州举人。戴家藏书非常丰富，而戴煦自小喜好读书，特别用功习算，“夜则灭烛先就寝，伏枕构思，俟厥父熟寐复起，火属草稿至鸡鸣，尤点窜涂改，不去手也。”戴煦十五岁时考入杭州府学，之后却无意科举进取，拒绝应试。他青年时期读书兴趣广泛，涉足数学、音律、文学、古文字、绘画、篆刻乃至风水，特别精究数学。戴煦在阅读《九章算术》时，发现“重差”一章有些问题没说清楚，便自行探个明白，结果写了《重差图说》一书。

1826 年，戴煦始作《四元玉鉴细草》三卷，至 1844 年序成。期间，1837 年，他还校勘了《谢谷堂算学三种》。1845 年，项名达读《四元玉鉴细草》后说：“命驾见过，引为忘年交。”1845-1852 年，戴煦完成了《求表捷术》，其中有与项名达“共定开方捷术”，还包含《对数简法》四种九卷以及《续对数简法》，论述对数表构造法。《求表捷术》包含《外切密率》论三角函数表构造法以及《假数测圆》论三角函数对数表构造法。他论证了以前中国数学家未曾讨论过的正切、余切、正割、余割等四种三角函数的级数展开问题，给出了九个幂级数展开公式。之后，戴煦受项名达嘱托，于 1857 年为其校补了《象数一原》六卷和《椭圆求周术图解》一卷。

戴煦给出了一些指数为非整数的二项展开式、对数展开式及三角函数对数展开式，并在开方和求解代数方程的研究中率先使用了迭代法，独立得到了求解非线性代数方程的“牛顿-拉弗森”迭代算法。

戴煦与当时一些重要数学家来往密切。其中，数学家谢家禾是钱塘举人，主要贡献在勾股弦运算图解、对数简法、外切密率、假数测圆等方面，著有《补重差图说》以及《演元要义》《弧田问率》《直积回求》。谢家禾去世后，戴煦为他整理全部遗著。如前所述，项名达的未竟书稿《象数一原》《椭圆求周术图解》亦由戴煦校补完成。戴煦的无私相助精神被后人传为佳话。

英国传教士、汉学家约瑟夫·埃德金斯（Joseph Edkins, 1823-1905 年）非常钦佩戴煦的工作。1854 年，他把戴煦的著作译成英文送交英国数学会保存。

戴煦兴趣广泛，除数学之外还研究机械设计和诗画乐律等，著有《戴氏泉谱》《庄子内篇顺文》《陶渊明集集注》《鹤墅》《诗文革》以及未完书稿《船机图说》。戴煦五十岁后研究音乐，留下了《音分古义》以及关于风水的《元空秘旨》《汲斋稿》等著述。

1860 年 3 月 19 日，太平天国军攻陷杭州。戴煦得知画家哥哥戴熙（1801-1860 年）投池自溺，自己也随即投井身亡。



图 8 戴煦《求表捷术》

李善兰

李善兰（1811-1882 年），原名李心兰，字竟芳，号秋纫，别号壬叔，浙江海宁人。

李善兰出生书香门第，自幼接受良好家庭教育。他九岁时读到父亲书架上一本《九章算术》，从此入迷。他十四岁时靠自学读懂了明代徐光启和利玛窦合译的欧几里得《几何原本》六卷。他还自学了《缉古算经》《测圆海镜》等算学经典。李善兰年轻时曾利用相似三角形原理测算过故乡东山的高度。他的经学老师陈奂在《师友渊源记》中说他“孰习九数之术，常立表线，用长短式依节候以测日景，便易稽考。”但李善兰曾应考乡试三次，屡试不中，终于放弃。

1840 年，鸦片战争爆发。李善兰在其著作《重学》的序言中愤慨感叹：“呜呼！今欧罗巴各国日益强盛，为中国边患。推原其故，制器精也，推原制器之精，算学明也。”他认为过去在中国“人人习算，制器日精，以威海外各国，令震摄，奉朝贡”，因此倍加刻苦读书并做数学研究。

年轻时，李善兰自己感觉在学术上“所造渐深”，但苦于家乡海宁地偏，与外界隔绝。1845 年，他离乡前往嘉兴，设馆授徒。在那里，他与顾观光和戴煦等数学家多有往来。其

间，李善兰完成了具有解析几何和微积分思想的“尖锥术”，指出“盈尺之书，由叠纸而得；盈太之绢，曲积丝而成也。”他还写成《垛积比类》一书，论述高阶等差级数和组合论。书中，他利用“垛积术”推出了著名的组合数学“李善兰恒等式”，是国外文献中第一个以中国人命名的数学公式。

1852年夏，李善兰造访上海墨海书馆，在那里认识了英国传教士伟烈亚力，两人开始合作翻译西方数学和自然科学著作。1852-1866年间，继徐光启和利玛窦翻译欧几里得《几何原本》前六卷之后，李善兰和伟烈亚力合译了后面的九卷。此外，李善兰还与伟烈亚力和英国传教士约瑟夫·埃德金斯（Joseph Edkins, 1823-1905年）等人合译了《代数学》十三卷、《代微积拾级》十八卷、《重学》二十卷、《谈天》十八卷等数学、历学和天文学书籍，并与瑞典传教士亚历山大·威廉逊（Alexander Williamson, 1829-1890年）合译了《植物学》八卷。在翻译中，他创造了许多中文数学名词和术语，如代数、常数、变数、已知数、函数、系数、指数、级数、单项式、多项式、微分、横轴、笛卡尔坐标系、切线、法线、曲线、摆线、螺线、渐近线、相似等，并率先使用 $=$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、 $<$ 、 $>$ 等数学符号。1859年，李善兰还写了弹道学著作《火器真诀》。此外，在翻译《植物学》时，他还创造了中文植物学、细胞、子房、胚胎等专有名词。有记录表明，李善兰还着手翻译牛顿《自然哲学的数学原理》，只是书没译完，译稿也遗失了。

1868年，李善兰出任北京同文馆天文算学总教习，在那里任职任教直至去世。其间，他审定了《同文馆算学课艺》《同文馆珠算金签》等数学教材。1872年，他在《中西闻见录》第二期上发表文章“考数根法”，提出了判定一个自然数是否为素数的方法，是中国最早一篇关于素数研究的论文。

李善兰的主要数学著述有《四元解》《方圆阐幽》《弧矢启秘》《垛积比类》《对数探源》《麟德术解》等。这些数学著作汇集在1864年刊行的《则古昔斋算学》，共十三种、二十四卷。李善兰也喜欢写诗，留下《则古昔斋遗诗》一卷。

李善兰一生中，初任内阁中书，后升户部郎中，最后提为总理衙门章京，官阶三品。李善兰晚年患风湿症，常饮药酒治病。1882年12月9日，他因误饮药酒意外去世。



图9 李善兰和伟烈亚力合译《几何原本》一页

夏鸾翔

夏鸾翔（1823-1864 年），字紫笙，浙江钱塘人。

夏鸾翔自小聪颖好学，长大后善诗能文，广泛涉猎音韵、天文、卜卦、篆刻等知识技能，尤其精通数学并擅长绘画。他热心于功名，寄望于科举，尽管多次入试落第，仕进之心一直未泯。

1845 年，夏鸾翔因阅读了同乡戴煦的著作，便登门拜访戴煦，成为好友。他后来又认识了项名达并拜之为师，开始系统地学习数学和天文学知识。1856 年，成名后的夏鸾翔为戴煦写的《外切密率》《假数测圆》两书作序。

1857 年，夏鸾翔出版了名著《洞方术图解》。同年，他到北京获任詹事府主簿职位，之后升为光禄寺署正，官品六位。1858 年，他因丧母而归家守孝，此后便再没返回北京。这个时期，夏鸾翔与时任江苏巡抚的数学家徐有壬（1800-1860 年）有所交往，在学术上也有所交流。

1860 年初，李善兰应徐有壬之邀来到苏州做幕宾，结识了夏鸾翔，并向他推荐了自己与伟烈亚力合译的《代微积拾级》。夏鸾翔从此开始学习微积分知识。1862 年，夏鸾翔基本完成巨著《万象一原》九卷，是他学习西方现代数学的总结。同年，太平天国军攻克苏州，夏鸾翔为逃战乱，辞去官职，迁居广州，同时带去了自己的主要著作《万象一原》和戴煦的《对数简法》。不久，夏鸾翔结识了广东天文学家邹伯奇（1819-1869 年）和大臣数学家吴嘉善（1818-1885 年），彼此多有互访交流。

夏鸾翔对平面几何、三角函数及曲线皆有研究，在曲线计算方面造诣最深。他的学术成就在“曲线诸术”方面，“洞悉圆出于方之理”。夏鸾翔利用开方术等知识得到了椭圆弧长的一般公式，其成果比项名达公式更具一般性。他是晚清时期最早研究微积分的数学家之一。当时，他已在二次曲线求积问题上得到了比较全面的成果，接近于今天的椭圆积分。

夏鸾翔的主要数学著作有《洞方术图解》《少广缙凿》《致曲术》《致曲术图解》《致曲线》《万象一原》等。其中，《洞方术图解》卷一讨论了贾宪三角形中数字对于斜向、横向、直向、侧向四种求和的关系，推导出若干新恒等式。卷二给出了一种编造正弦表和正矢表的简化方法。那时研究的正矢等于 1 减去余弦。夏鸾翔通过先截取正弦、正矢级数表达式的前六项获得多项式，再运用朱世杰（1249-1314 年）的“招差术”求出各阶差分，然后通过各阶差分的加减计算出正弦表和正矢表。《少广缙凿》讨论乘方开方捷术。《致曲术》《致曲术图解》基于连续性原理对《代微积拾级》中圆和圆锥三曲线的解析式给出了统一几何解释。《致曲线》《万象一原》主要讨论二次曲线和一些超越曲线求积问题，包括弧长、面积、旋转体的表面积和体积，其中较为突出的成果是得到了椭圆弧长和双曲线弧长的级数表达式。此外，如前所述，《万象一原》主要是对《代微积拾级》的阐述解释，是我国数学家自己写的第一部应用微积分知识的著作。书中利用微积分工具解决了戴煦和项名达等人在求弧长、面积和体积时所遇到的若干困难问题，并有一些新进展。

夏鸾翔在绘画方面擅长白描人物，曾画《碧血录》五卷，共有绘图一百二十一幅，包含二百三十二个人物。在文学上，他工于五言诗，著有《春晖山房诗集》《岭南集》，大多是忧时感事的作品。他还出版了《南北方音》五卷，是一部音韵学专著。

1863 年底，广东巡抚郭嵩焘筹建西学图书馆和同文馆，在同文馆设置西文教习和中文教习各一人，并聘请夏鸾翔为中文教习。可惜，夏鸾翔未到任便于 1864 年因病去世，年仅四十一岁。夏鸾翔去世后，邹伯奇等同辈甚为痛惜，嘱托后人搜集夏鸾翔的遗著，在出版《邹征君遗书》时，将夏鸾翔的部分作品一并刊印，让他的主要数学著述得以留传。

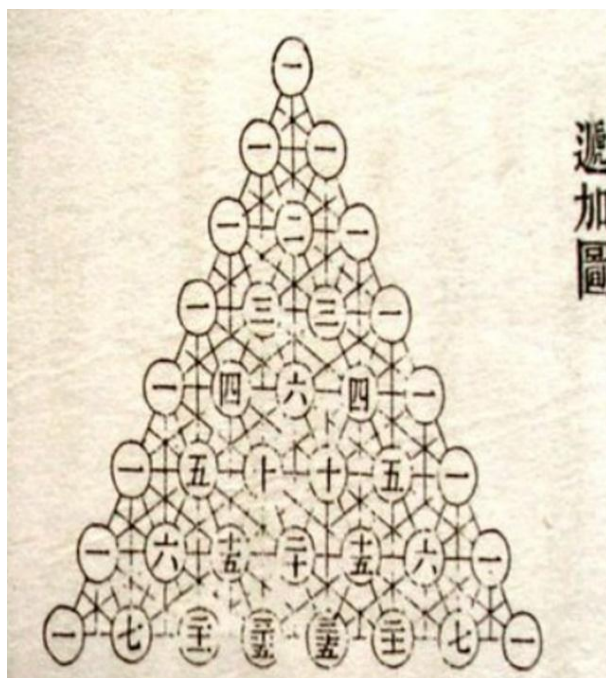


图 10 夏鸾翔递加图

华蘅芳

华蘅芳（1833-1902 年），字晚香，号若汀，江苏无锡人。

华蘅芳出生于世宦门第，少时酷爱数学，遍览算书。他青年时游学上海，与数学家李善兰多有交往，开始学习西方传入的代数学和微积分知识。

1859 年，华蘅芳写出自己第一部数学著述《抛物浅说》。

1861 年，两江总督曾国藩筹办安庆内军械所，邀请华蘅芳和他的同乡好友科学家徐寿（1818-1884 年）前往做事，负责绘制机械图样。1862 年，他俩参与了设计制造中国第一艘实用蒸汽机轮船“黄鹄”号。1865 年，曾国藩会同李鸿章在上海创办江南机器制造总局，调华蘅芳和徐寿前往，负责建筑工厂和安置机器。1867 年，华蘅芳和徐寿开始与外国学人合译西方近代科技书籍。翌年，制造总局内设翻译馆。此后，华蘅芳把主要精力用于译书，同时进行一些数学研究。

1872 年，华蘅芳出版了《开方别术》。1880 年，他又出版了《数根术解》和《开方古义》。1882 年，华蘅芳出版自己的文集《行素轩算稿》，收录了上述书籍以及《积较术》三卷、《学算笔谈》六卷和后续六卷，《算草丛存》四卷和后续四卷。多年以后，到了 1897 年，该书再版，收录著作六种共二十七卷。

1887 年，华蘅芳到晚清重臣李鸿章创办的天津武备学堂担任教习，期间写了《测量法》。1892 年，他转到武昌两湖书院和自强学堂讲授数学，写了《求乘数法》《数根演古》《循环小数考》《算学琐语》等书。华蘅芳晚年回到老家，在俟实学堂讲学。

综观华蘅芳的研究，主要侧重于传统算学，归纳为三个方面：“开方术”，应用于求解整系数高次方程；“数根术”，应用于初等数论中的素数理论；“积较术”即“招差术”，本质上是有限差分法。华蘅芳的代表作有《数根术解》和《积较术》，前者讨论初等数论问题，后者研究计算数学和组合数学问题，均有实质性贡献。他的数学成就在当时中国数学界备受称赞。

华蘅芳在《学算笔谈》一书论述了数学理论、数学思想和数学学习的方法。这部独具特色的书在 1890 年代多次再版重印，被许多学堂和书院当作数学教材，以至“东南学子，几乎家有其书”。此外，他还写有启蒙读物《算法须知》《西算初阶》等，其中给出了勾股定理的几种新证法。

华蘅芳与外国人合译出版了十二种一百七十一卷近代科技著作，内容泛及数学、地质学、矿物学、航海、气象、天文学等。比起他的数学研究工作，他译书的成就更大、影响更广。例如，他与美国传教士玛高温（Daniel Jerome MacGowan, 1814-1893 年）于 1869 年合译了《金石识别》一书，将近代矿物学和晶体物理学知识系统地介绍到中国。之后，华蘅芳与玛高温又合译了《地学浅释》《防海新论》《御风要术》等书，首次向中国介绍了英国地质学家查尔斯·莱尔（Sir Charles Lyell, 1797-1875 年）的地质进化均变学说和英国博物学家查尔斯·达尔文（Charles Robert Darwin, 1809-1882 年）的生物进化论。华蘅芳还与英国圣公会教徒约翰·傅兰雅（John Fryer, 1839-1928 年）合作，翻译了《三角数理》《代数难题解》《决疑数学》《合数术》等多部数学著作，介绍了代数学、三角学、微积分等，其中《决疑数学》是中国第一部概率论译著。

华蘅芳曾三次被奏保举，受到洋务派器重，成为洋务运动时期有代表性的科学家之一。



华蘅芳与外国人合译19种178卷近代科技重要著作，被梁启超称赞
“兼信、达、雅三者之长”。他为科技翻译花费了半生心血，成为一个
百科全书式的翻译家。

科学出版社

图 11 《中国近代科学的先行者》（科学出版社 2012）

最后说明，明清时期对数学有实质性贡献的著名数学家还有明安图（1692-1765 年）、张敦仁（1755-1833 年）、丁取忠（1810-1877 年）等人，不过他们并非来自江浙徽，本文就不作介绍了。关于他们以及其他一些明清时期著名数学家的故事，推荐阅读中国数学史家钱宝琮的名著[2]。

延伸阅读

[1] 陈关荣：[乾嘉学派算学家之“谈天三友”](#)（赛先生，2024 年 4 月 27 日）

[2] 钱宝琮：中国数学史。科学出版社，北京，1964