

如果我感到不快乐，我会做数学来让自己快乐。如果我感到快乐，我会做数学来让自己保持快乐。

——阿尔弗雷德·雷尼

一位中年早逝的杰出数学家——雷尼

陈关荣

(香港城市大学)

如果你不知道雷尼 (Rényi) 这个名字，那么你应该不是在做数学图论或网络科学的研究。匈牙利数学家保罗·埃尔德什 (Pál Erdős, 1913-1996 年) 和阿尔弗雷德·雷尼 (Alfréd Rényi, 1921-1970 年) 合作，在 1960 年前后发表了两篇奠基性的图论论文，建立了著名的 Erdős-Rényi 随机图理论。该理论被数学家研究了四十多年之后又被网络科学家作为典型复杂网络模型使用并推广了二十多年，至今依然充满活力。



阿尔弗雷德·雷尼 (1921-1970)

【一】

雷尼于 1921 年 3 月 20 日出生在布达佩斯一个犹太人家庭，父亲 Artúr Rényi 是个机械工程师，母亲 Borbála Alexander 是一位哲学家的女儿。雷尼青少年时期喜欢文学，对古希腊哲学特别入迷。后来，他在中学修读了天文学课程，从此对物理进而对数学产生了兴趣。

1939年，他以最优秀学生的排名从中学毕业。当时世界处于二战时期，由于匈牙利当局的反犹太人法令，应届高中毕业生雷尼不被允许进入大学读书。于是他只好到一家造船和起重机械厂做工。1940年，他有幸进入了布达佩斯大学。在那里，他修读了著名数学家利波特·费耶尔（Lipót Fejér, 1880-1959年）和保罗·图兰（Pál Turán, 1910-1976年）的几门数学课。费耶尔是傅里叶分析的奠基人，是 Pál Erdős、John von Neumann、George Pólya、László Kalmár、Gábor Szegő 等著名数学家的博士导师。图兰也是费耶尔的博士学生，主要研究数论，对现代概率数论有重要贡献。

1944年，雷尼顺利从布达佩斯大学毕业。但是，他随即被征送到法西斯劳改营服役。不过，他在一次运输物品途中成功逃脱，之后使用假证件东躲西藏了半年，最后到了匈牙利第三大城市塞格德（Szeged），进入了塞格德大学。在那里，他师从著名的泛函分析理论家弗里杰斯·里斯（Frigyes Riesz, 1880-1956年）。期间，他的父母一直被困在布达佩斯贫民窟里。

1946年，雷尼与师妹、数学家卡塔琳·舒尔霍夫（Katalin Schulhof, 1924-1969年）结婚。卡塔琳婚后改名卡托·雷尼（Kató Rényi），英文名 Catherine。作为后话，卡托一生发表了21篇论文，其中有几篇是夫妇合作，两人最后一篇合作文章是1969年关于图论中“ k -树的 Prüfer 数”问题。卡托曾荣获匈牙利 János Bolyai 数学会研究奖。1948年，夫妇俩有了个女儿苏珊娜（Zsuzsanna）。



雷尼夫妇（1966年）

1947年，雷尼获得了数学博士学位，毕业论文是关于柯西-傅里叶级数可求和性的研究。随后，雷尼以今天称为博士后的研究生身份到了苏联列宁格勒和莫斯科访学。在列宁格勒国立大学即之前和之后的圣彼得堡国立大学，他得到了数学家尤里·林尼克（Yuri V. Linnik, 1915-1972年）的指导。林尼克是乌克兰人，因其在概率论和数论的多项重要研究成果而著名。雷尼从林尼克那里学到了由他在1941年发展起来的数论方法“大筛法”（large sieve），并在林尼克指导下开始研究哥德巴赫（Christian Goldbach, 1690-1764年）猜想。后来，雷尼转到了莫斯科国立大学，在那里得到数学大师安德烈·柯尔莫哥洛夫（Andrey N. Kolmogorov, 1903-1987年）的指导。

1947年10月，雷尼从莫斯科回到布达佩斯大学担任助理教授。1949年，他被任命为德布勒森大学（University of Debrecen）特聘教授。同年，他被选为匈牙利科学院通讯院士。1950年，他在匈牙利科学院组建了数学研究所，并一直担任所长直至去世。该数学研究所现在以他的名字命名（Alfréd Rényi Institute of Mathematics）。研究所每年都向欧盟国家研究生提供雷尼博士奖学金（Rényi Doctoral Fellowship）。雷尼从1952年开始担任布达佩斯大学概率和数理统计系主任。1956年，他被匈牙利科学院晋升为院士。在他的学术生涯中，雷尼先后两次获得匈牙利国家科学技术最高奖（Kossuth Prize）。他曾担任János Bolyai数学会秘书长和国际统计学会副主席，并先后担任过八个国际数学杂志编辑。

1970年2月1日，雷尼在布达佩斯因癌症去世，享年49岁。

【二】

雷尼一生发表了202篇论文。他的研究和贡献主要在概率论、信息论、图论和数论领域，特别以研究哥德巴赫猜想著名。

概率论方面：雷尼建立了条件概率空间的框架并将之应用到数论研究。他证明了独立增量随机点过程是一种广义泊松过程。雷尼在1954年以匈牙利文出版的《概率论》是一本经典著作，后来被翻译为德文、法文、英文和捷克文。在数理统计学方面，他的主要贡献在对顺序统计量的研究。他发展了非常有效的方法，可用于证明多种极限定理和统计检验。他还研究了随机空间填充曲线。雷尼十分注重统计学的实际应用，包括化学、生物、经济和工程。特别是，雷尼的“停车常数”广为人知。该常数表征了如下问题的解：在一条给定长度的街道上随机停放一批单位长度的汽车，那么当汽车塞满街道，使得尽管可能留有一些空隙但已不能再停放更多汽车时，街道上汽车的平均密度是多少？雷尼对该问题给出的答案是渐近平均密度为常数0.7475979，它表明随机停车比最佳停车的街道利用率低25.2%左右。

信息论方面：雷尼引入了雷尼熵（Rényi entropy），对香农（Shannon）信息熵和数理统计学中的Kullback-Leibler散度作了重要推广。雷尼熵给出了很有用的多样性指数谱，并由此导出了分形维数谱。1961年，雷尼在一篇论文中介绍了一种基于匈牙利传统Bar Kokhba游戏的数学游戏，但是该论文被忽略了很多年。后来，波兰裔美国数学家和物理学家斯坦尼斯拉夫·乌拉姆（Stanisław M. Ulam, 1909-1984年）重新发现了这个游戏。在这个有趣的“乌拉姆-雷尼”游戏中，玩家试图通过向对手玩家询问“是或非”的问题来猜测一个未知物体或数字，其中可以包含多达一百万个物体或数字，另外对方给出的答案可能是谎言。于是两个玩家各自需要考虑所需提出问题的最少数量以及回应对方提问的最优策略。雷尼和乌拉姆揭示了这种游戏和信息论的密切联系。

图论方面：雷尼与埃尔德什合作发表了32篇论文，其中最著名的是1959年发表的“On random graphs”和1960年发表的“On the evolution of random graphs”两篇合作论文，建立了埃尔德什-雷尼（ER）随机图理论，或称为ER随机网络模型。这种数学网络模型是不难描述的，虽然它的许多深刻数学性质不容易理解和证明。不妨设想，我们从一批给

定的离散节点开始，每次捡起两个不同的节点，然后以某个概率把它们连接起来。我们把所有可能的点对都做一次相同的随机连接操作，不重复也不遗漏。这样，过程结束之后，我们便得到了一个网络，即 ER 随机网络。当然，因为进行的是随机操作，如果我们把这个网络生成的过程重复多次，那么每次得到的结果都将会是不同的。但是，因为在每次生成过程中我们对所有节点的操作都是一样的，这些生成的网络便具有一些共同特性。例如，在每个生成网络中的所有节点都具有差不多相同的连边数量（称为节点的“度”）。也就是说，网络的连接是相当均匀的，其中所有节点都有差不多相同大小的度。埃尔德什和雷尼证明了，当节点的数量足够多，理论上趋于无穷时，这些生成网络的节点度的分布服从泊松分布。容易想象，ER 随机网络还有很多有趣的性质和应用，因此成为了网络科学研究中一个具有代表性的典型数学模型。

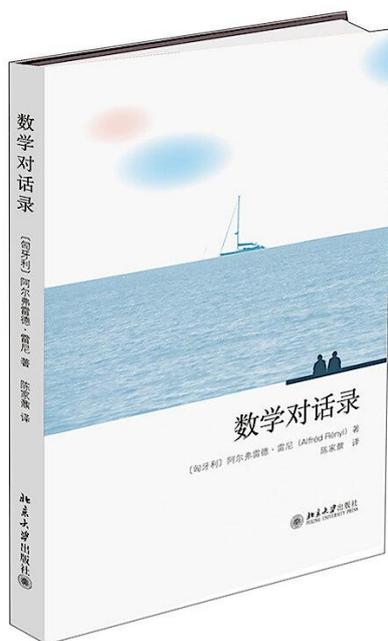


埃尔德什（左）和雷尼（1968年）

数论方面：1948年，雷尼使用“大筛法”证明了存在一个正整数 K ，使得每个偶数都是一个素数与一个可以写成最多 K 个素数乘积的数之和，即所谓“ $1+K$ ”。众所周知， $K=1$ 的情况便是著名的哥德巴赫猜想：任一大于 2 的偶数都可表示成两个素数之和。雷尼“ $1+K$ ”定理的建立轰动一时，但后人发现他的方法运算量太大而没有沿用下去。在“ $1+K$ ”这种表达形式下，1956年中国数学家王元（1930-2021年）和苏联数学家伊凡·维诺格拉多夫（Ivan M. Vinogradov, 1891-1983年）分别独立地证明了“ $1+4$ ”。1962年，中国数学家潘承洞（1934-1997年）得到了“ $1+4$ ”的一种简化证明。1963年，苏联数学家马克·巴尔巴恩（Mark B. Barban, 1935-1968年）也得到了同样的结果。1965年，苏联数学家亚历山大·布克希塔布（Alexander A. Buchstab, 1905-1990年）和阿斯科尔德·维诺格拉多夫（Askold I. Vinogradov, 1929-2005年）一起，以及意大利数学家恩里科·邦别里（Enrico Bombieri, 1940-）分别独立地证明了“ $1+3$ ”。1966年，中国数学家陈景润（1933-1996年）在《科学通报》上宣告证明了“ $1+2$ ”，即雷尼定理对 $K=2$ 成立，详细数学证明于1973年发表在《中国科学》。

雷尼对数学的钟爱远远超出一般的数学家。他专门为大众读者写了一些通俗易懂的数学科普书籍和文章。其中，他写的科普作品《数学对话录》充分体现了他的数学文化背景和科学探索精神。他巧妙地假托苏格拉底、阿基米德和伽利略三人与其他人的对话，探讨了数

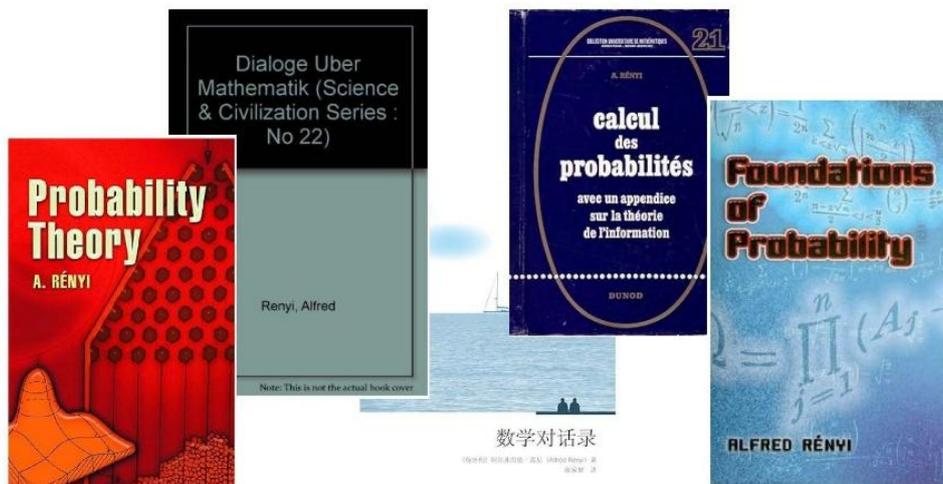
学是什么、数学如何发展和有什么用，以及数学语言对科学发展的意义等主题，让读者轻松愉快地学到许多科学和数学知识。



《数学对话录》，雷尼著，陈家鼎译（2020年）

【三】

雷尼对生活充满热情，经常参与公共事务、公益活动和智力游戏。他夏天喜欢在多瑙河划船和游泳，而冬天则喜欢滑雪。他经常偕同妻子女儿去听音乐会和看戏剧，平时还喜欢弹钢琴。在家庭聚会时，他常常津津乐道地给朋友们讲各种趣闻轶事，大家都亲切地叫他“Buba”。雷尼特别嗜好咖啡，曾说：“数学家是将咖啡变成定理的机器”。后来，这句话被大众误认为是他的好朋友埃尔德什说的。



雷尼数学著作选示