

百岁塞尔：他的现代数学辉煌篇章

陈关荣

（香港城市大学）

2026年9月15—16日，由法国科学院组织的多个数学学会和团体在巴黎的庞加莱研究院（Institut Henri Poincaré）举办了一场庆祝法国数学家让-皮埃尔·塞尔（Jean-Pierre Serre, 1926年9月15日—）100周岁诞辰的学术会议。

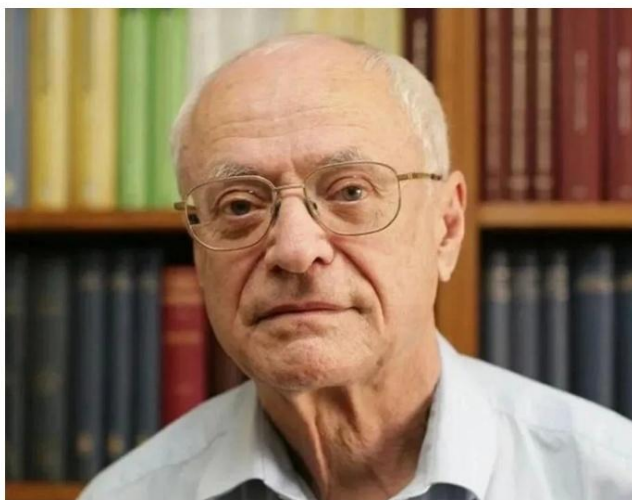


图1 让-皮埃尔·塞尔（Jean-Pierre Serre）

塞尔是一个传奇——他是20世纪最伟大的数学家之一，是当今在世数学家中最具影响力的领导人物。他以深刻的思想和持久的努力，在经典数学和现代数学之间建立起自然而牢固的连接，成为现代数学统一性的核心缔造者。他的研究横跨代数拓扑、代数几何、数论、群表示论等领域；他以极其清晰简洁的风格重构了现代数学基础。

塞尔27岁时获菲尔兹奖，是历史上最年轻的菲尔兹奖获得者。他是菲尔兹奖（1954）、沃尔夫奖（2000）、阿贝尔奖（2003）三大数学奖项的集大成者。

作为注记，阿贝尔奖从 2003 年起首次颁发，因此只有 2003 年后还在世的菲尔兹奖得主和沃尔夫奖得主，才有机会集齐三大奖。截至 2026 年，全球共有 5 位数学家集齐此三大奖：除荣获首次阿贝尔奖的塞尔之外，集大成者还有俄裔美国数学家约翰·米尔诺（John Milnor, 1931–）、美国数学家约翰·汤普森（John G. Thompson, 1932–）、比利时数学家皮埃尔·德利涅（Pierre Deligne, 1944–）、俄裔美国数学家格里戈里·马尔古利斯（Gregory Margulis, 1946–）。

【一】生平经历

1926 年 9 月 15 日，塞尔出生于法国南部的巴日（Bages）。他父亲（Jean Serre）和母亲（Adèle Diet）都是药剂师。塞尔于 1932–1937 年在 École de Vauvert 小学、1937–1945 年在 Lycée de Nîmes 中学读书。由于受父母影响，他从小喜欢化学。到十七、八岁时，他开始喜欢数学了。1945 年，他进入巴黎高等师范学院（ENS），并于 1948 年以数学教师资格考试第一名毕业。他随后在法国国家科学研究中心（CNRS）当研究员。那时候，他的想法只是当一个中学数学教师。不久之后，塞尔进入巴黎索邦（Sorbonne）大学，师从著名数学家亨利·嘉当（Henri Paul Cartan, 1904–2008），主要研究代数拓扑、多复变函数、交换代数和代数几何。嘉当通常并不给学生建议研究题目，但学生自己找到合适题目之后，嘉当会自始至终地帮助他们。在嘉当的数学讨论班里，塞尔发现法国数学家让·勒雷（Jean Leray, 1906–1998）关于纤维空间及其谱序列的理论可以有很多新应用，而且可以进一步扩展到同伦群的计算。塞尔在该理论上发展了一些层论和同调代数的新技巧。在索邦，塞尔成为布尔巴基（Bourbaki）数学学派最年轻的成员。

1951 年，塞尔获博士学位。他在博士论文“纤维丛的奇异同调”（Homologie singulière des espaces fibrés）中建立了“勒雷–塞尔谱序列”，用同调代数的语言将一个纤维化的全空间里的奇异上同调表示为底空间和纤维丛的上同调。他的理论彻底革新了同伦论计算方法，使之成为代数拓扑学中一个基本工具并为后来拓扑学的突飞猛进开辟了道路。

1952 年，塞尔赴美国普林斯顿高等研究院（IAS）作短期访问，同年返回巴黎，继续参与嘉当研讨班（Séminaire Cartan）的研究工作。期间，他意识到在同伦群的计算中可以进行某种局部化处理，进而确立了 Eilenberg–MacLane 复形的模 2 上同调代数。

1954 年，塞尔到南锡大学（Université de Nancy）任职副教授。1956 年起，他担任法兰西公学院（Le Collège de France）代数与几何讲席教授，在那里工作至 1994 年作为荣誉教授退休，之后一直不间断地进行数学研究和写作至今。

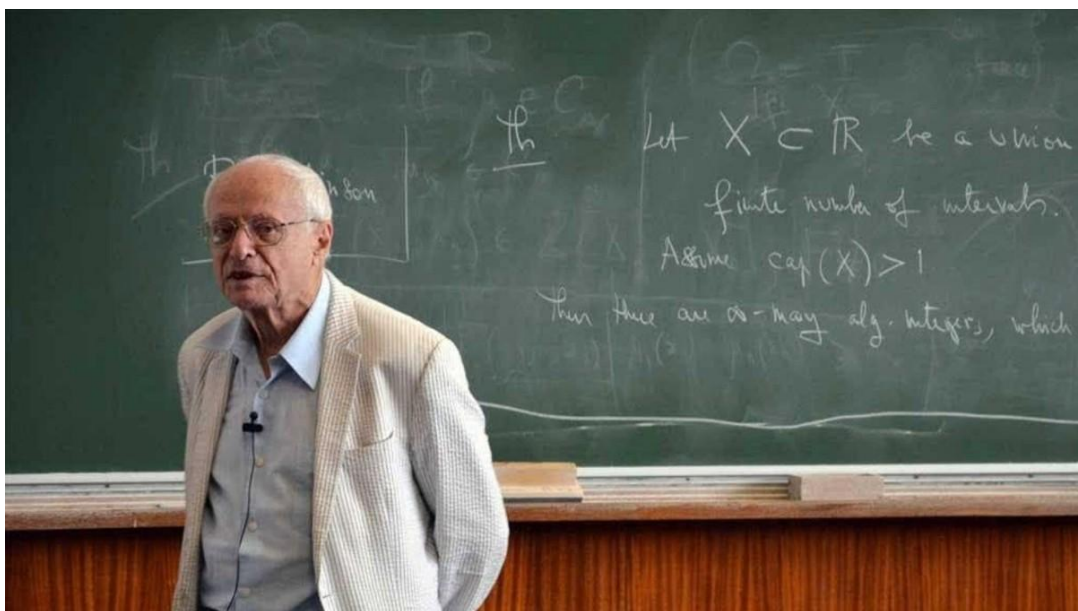


图 2 塞尔毕生喜欢教学

塞尔毕生喜欢教学。他在“我在法兰西公学院的前五十年”一文中谈及教学时说：“在法兰西公学院任教既是一项美好的差事，也是一种挑战。美好之处在于选题自由，听众水平也很高：听众里有法国国家科学研究中心的研究人员、来访的外国学者、来自巴黎和奥赛（Orsay）的同行，其中许多常客已经连续 5 年、10 年甚至 20 年都来听课。但挑战也很大：每年都要开设新的课程，虽然内容可以是自己的研究成果，也可以包括其他人的研究成果。”事实上，塞尔研究成果的一个重要部分是在法兰西公学院的年度课程中获得的。另一个例子是，塞尔后来的专著《李代数和李群》（Lie Algebras and Lie Groups）是基于他 1964 年在哈佛大学讲授的一系列关于李代数与李群的课程写成的。这本书成了一本标准的 Lie 字典。塞尔这些教研成果提供了一个教学科研相辅相成的有力见证。

【二】数学贡献

2003 年起，于 1811 年成立的挪威科学与文学院（DNVA）每年都代表挪威政府颁授给阿贝尔奖。第一届阿贝尔奖颁授给塞尔。奖词中说：塞尔的研究涵盖范围极广、深度超凡、影响巨大，他在塑造现代数学诸多分支的形态方面发挥了关键作用。

具体地说，塞尔的工作代表了至少四个数学领域的重要突破和进展：代数拓扑、代数几何、代数数论和同调代数。当然，这些领域之间也有很多纵横交错的地方。由于塞尔在百年人生中的研究工作和成果极其广阔深刻而且丰富多彩，作为简介这里只能勾画一个不完全的概貌。

1. 代数拓扑

塞尔和博士导师嘉当合作，发展了“塞尔同伦群方法”，用来系统性地计算球面同伦群，并以之解决了一批拓扑学核心难题。球面同伦群及其计算是 20 世纪拓扑学中的大难题，即便是开山大师们也常常会在几何直觉上出错。苏联数学家列夫·庞特里亚金 (Lev S. Pontryagin, 1908–1988) 在球面同伦群计算上就犯过重大错误，幸好他自己写文稿时发现错误并作了修正。那是代数拓扑史上一件有名的轶事。后来，塞尔建立了勒雷-塞尔谱序列，极大地推进了球面同伦群计算，和庞特里亚金的几何方法互补相承。塞尔的同伦群方法成为了纤维丛同调计算的标准工具，贯穿拓扑、几何、数论等多个领域。塞尔还建立了球面同伦群的有限性定理：除少数几个已知特例外，所有球面高阶同伦群均为有限群。此外，塞尔和导师嘉当借助层的上同调工具，为多复变解析函数构建了系统的 Stein 空间理论，并给出了相应的上同调刻画，这一工作为后来多复变函数论的发展指明了方向。

1950–1960 年间，塞尔和比他年轻两岁的亚历山大·格罗滕迪克 (Alexander Grothendieck, 1928–2014) 之间富有成效的合作为代数拓扑学打下了重要的基础，其中大部分是由法国数学家安德烈·韦伊 (André Weil, 1906–1998) 的猜想推动的，该猜想包括代数几何中关于有限域上代数簇同余 ζ 函数性质的四个核心命题。

2. 代数几何

塞尔将层论、同调代数引入代数几何，与格罗滕迪克共同构建了代数几何的整个框架。

1955 年，塞尔在一篇关于“凝聚代数层” (Faisceaux algébriques cohérents, FAC) 的重要论文中引入层上同调，将代数几何从“簇”提升到“概形”，为格罗滕迪克后来的概形 (scheme) 理论打开了通路。

1956 年，塞尔在另一篇重要论文中发展了代数几何与解析几何的“GAGA 原理” (Géométrie Algébrique et Géométrie Analytique)，从而建立了代数簇与复解析空间的严格对应，实现了代数与解析几何的统一。

塞尔提出了“塞尔判别法”以及关于多项式环上有限生成的“塞尔猜想”，推动了交换代数与代数几何的融合，成为代数几何核心工具，广泛用于曲线、曲面与向量丛研究。塞尔猜想于 1976 年被美国数学家丹尼尔·奎伦 (Daniel Quillen, 1940–2011) 与俄罗斯数学家安德烈·苏斯林 (Andrei Suslin, 1950–2018) 证明。

塞尔早期的代数几何研讨班，为格罗滕迪克的进一步研究铺垫了很多基本概念；塞尔的“局部域”和 ℓ -adic Galois 表示都是后来证明韦伊猜想的重要工具。塞尔指出：若没有特征 0 的上同调，韦伊猜想就只是一堆数学等式。正是塞尔的阐释，让韦伊猜想从数论的一个猜想变成了代数几何发展的核心驱动力。

1958 年前后，塞尔提出了代数簇上“平凡主丛” (trivial principal bundle) 的概念，即那些在有限“平展 (étale) 映射”拉回后变为平凡的主丛。该理论非常重要，成为格罗滕迪克发展平展拓扑和相应的平展上同调理论的灵感来源之一。这些工具由格罗滕迪克及

其合作者在代数几何研讨会中作了充分发展，为比利时数学家皮埃尔·德利涅在 1974 年最终证明韦尔猜想提供了工具。德利涅因此而荣获 1978 年菲尔兹奖。如上所列，德利涅也是数学三大奖集成者之一。

塞尔后来利用韦伊猜想的结论，反过来做数论，包括有限域上曲线点数估计、模形式、Galois 表示等等，把韦伊猜想的成果做了大量的推广应用。

塞尔的工作把代数几何从对古典曲线曲面的分析计算拓展为对高维抽象几何对象的研究，促成了一个自我完备的现代数学分支和学科的建立。

3. 代数数论

1960 年代之后，塞尔的主要研究方向转到了数论。

塞尔建立了“Galois 上同调”框架，为数论提供了一个关键的代数工具，并用来解决了 Abel 簇和类域论等疑难问题。塞尔在有限群表示、李群离散子群以及“波雷尔-塞尔紧化”等方面都有重要贡献。

1977 年，塞尔与海曼·巴斯（Hyman Bass, 1932–）合作，发展了“树、融合与 SL_2 ”理论，开创了群作用在几何上的应用。塞尔还发展了有限域曲线点数估计等核心工具并建立了 p -adic 模形式，为进一步研究模形式的同余性质和构造 p -adic 的 ζ 函数提供了重要手段，由此建立了数论与分析的紧密联系。塞尔提出了“塞尔猜想”（模 p -adic Galois 表示必来自模形式），成为 1994 年英裔美国数学家安德鲁·怀尔斯（Andrew Wiles, 1953–）证明费马大定理（Fermat Last Theorem）的关键支柱。怀尔斯在 1994 年证明了针对半稳定椭圆曲线的“谷山-志村-韦伊猜想”（Shimura-Taniyama-Weil conjecture）的特例，进而证明了费马大定理。他因此于 1998 年获得国际数学家大会特别颁发的菲尔兹奖、2016 年获得阿贝尔奖。

塞尔的《算术教程》《有限群线性表示》等著作均以极简明的表述形式传达极深刻的数学思想，成为全球性标准教材。

4. 同调代数

塞尔推动了同调代数成为跨分支通用语言。在同调维数理论方面，塞尔在 1955 年提出并研究了 Noether 环与模的同调维数，开创了这一领域的系统性研究。在射影模与向量丛方面，他证明了射影模与代数簇上的向量丛之间的对应关系，为代数几何与同调代数的结合奠定了基础。塞尔建立了代数簇上层同调的“对偶定理”，是代数几何与同调代数的核心工具。如上所说，塞尔在层同调方法上把同调代数的思想推广到了代数几何，建立了层同调理论，使得代数几何进入现代阶段，影响深远。

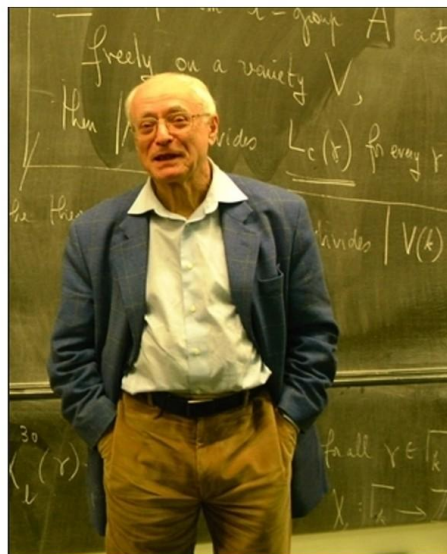


图 3 塞尔在作数学报告

【三】学术荣誉

塞尔在百年人生中获得菲尔兹奖（1954）、沃尔夫奖（2000）、阿贝尔奖（2003）三大奖。其他主要荣誉包括 CNRS 金质奖章（1987）、美国数学会斯蒂尔阐述奖（Leroy P. Steele Prize for Mathematical Exposition, 1995）、巴尔赞奖（Balzan Prize, 1985）、法国国家功绩勋章（大军官 1998，大十字 2008）和法国荣誉军团勋章（大军官 2003，大十字 2013）。

1954 年，27 岁的塞尔荣获菲尔兹奖。同时获该奖的还有日本几何及复分析领域的青年数学家小平邦彦（Kunihiko Kodaira, 1915–1997）。菲尔兹奖委员会主席赫尔曼·外尔（Hermann Weyl, 1885–1955）在颁奖发言中介绍并评论了两位获奖人。他在谈到塞尔时说：“我从未见过数学天空中升起如此耀眼的一颗新星。”

2000 年 5 月 21 日，以色列总统颁发 2000 年度沃尔夫奖给塞尔和匈牙利裔美国数学家博特（Raoul Bott, 1923–2005），其中塞尔因“在拓扑学、代数几何学、代数学和数论等多方面重大贡献以及他富有鼓舞性的讲演和著述”而获奖。沃尔夫基金会与美国数学会在公告中表彰塞尔的主要贡献在以下几个方面：

- 代数拓扑：关于同伦群与谱序列的工作让他在 1954 年获得菲尔兹奖
- 代数几何与交换代数：引入层理论与同调方法，奠定现代代数几何的基础
- 特征 p 的层上同调：首次建立这一理论，推动几何与算术的结合
- 几何类域论：开创现代几何类域论
- Galois 上同调：系统化发展了这一领域

- 算术群理论：在群论与数论交叉处的深刻贡献
- ℓ -adic 表示：提出并应用于椭圆曲线、阿贝尔簇与模形式
- 模性猜想：关于 Galois 表示的模性猜想，是费马大定理最终证明的重要一步
- 启发性著作与讲座：其书籍与课程以清晰与优雅著称，影响了几代数学家

塞尔杰出之处，还在于他在数学传播方面的贡献。他不仅能十分清晰地阐述自己的专业研究领域，而且在介绍其他人工作和非他本行的工作方面显示出独特的能力。从李群、李代数到筛法，他都作过非常简明清晰的科普阐述。

2003 年的阿贝尔奖颁发给塞尔：“因其在塑造现代数学的许多分支领域（包括拓扑学、代数几何和数论）方面发挥了关键作用”。奖词中开篇就说：“首届阿贝尔奖授予了让-皮埃尔·塞尔，他是我们这个时代最伟大的数学家之一。”



图 4 塞尔荣膺 2003 年阿贝尔奖

塞尔是法国国家科学院院士（通讯院士 1973，院士 1977）。他也是美国艺术与科学院外籍院士（1960），伦敦皇家学会外籍院士（1974）、荷兰皇家艺术与科学院外籍院士（1978），美国国家科学院外籍院士（1979），瑞典皇家科学院外籍院士（1981），俄罗斯科学院外籍院士（2003），挪威科学与文学学院外籍院士（2009），意大利都灵科学院外籍院士（2010），台湾中央研究院院士（2010）。

塞尔被剑桥、哈佛、牛津、清华等十多所大学授予荣誉博士学位。清华大学在 2017 年给塞尔颁受荣誉博士学位时的颂词中说：“塞尔博士在代数拓扑学、多复变函数论、代数几何、现代数论等基础数学的各个方面都取得了开创性成就，做出了革命性的贡献。作为指导纯粹数学发展方向的大师，他的学术成果和学术思想在现代数学中占有先导性、基础性和根本性地位。作为一位伟大的数学老师，他的课程和书籍培育了全世界几代数学家”。

【四】学术影响

塞尔的杰出数学思想和成就一直以来都是格罗滕迪克、德利涅、怀尔斯等几代数学家创作灵感的来源。

格罗滕迪克在他 1986 年完成的近千页自传性与反思性著作《收获与播种：一个数学家对过去的回顾和证词》（*Récoltes et Semailles*）中写道：“我可以毫不夸张地说，从 1950 年代初到 1966 年左右，也就是大约十五年的时间里，我所学到的所有‘几何学’知识（广义上的几何学，包括代数几何、解析几何、拓扑学和算术），除了我自己通过数学研究自学的那些，都是从塞尔那里学来的。”

塞尔出版了大约二十本专著。这些著作经常被重印并翻译成多种语言（主要是英语和俄语，也包括汉语、德语、日语、波兰语和西班牙语）。塞尔的主要专著包括：*Groupes algébriques et corps de classes* (1959)、*Corps Locaux* (1962)、*Classic introduction to local fields*、*Cohomologie Galoisienne* (1964)、*Lie Algebras and Lie Groups* (1965)、*Algèbre Locale: Multiplicités* (1965)、*Algèbres de Lie semi-simples complexes* (1966)、*Représentations linéaires des groupes finis* (1967)、*Abelian ℓ -adic Representations and Elliptic Curves* (1968)、*Cours d'Arithmétique* (1970)、*Arbres, amalgames, SL_2* (1977)、*Lectures on the Mordell-Weil Theorem* (1989)、*Topics in Galois Theory* (1992, 2nd ed. 2016)、*Oeuvres—Collected Papers* (1986–2000, multiple volumes)、*Finite Groups: An Introduction* (2016)。

塞尔的学术专著和论文以“极简、清楚、严谨”出名。很多现代数学的标准定义和表述都是他留下来的。他尽量避免繁琐复杂，追求“把最难的东西讲得最明白”。他的治学风格则以“严格、简洁、抽象化”著称。他擅长用统一的代数工具连通不同的数学分支，强调“好的定义胜过复杂的计算”。多年来，塞尔写过许多学术交流的信件，现在大部分都作为书籍的附录公布于众，有些则被数学家们保存在抽屉里，其中一些信件被收集在陈省身（Shiing-Shen Chern, 1911–2004）和弗里德里希·希尔采布鲁赫（Friedrich E. P. Hirzebruch, 1927–2012）共同编辑的著名文集《沃尔夫数学奖得主文集》（*Wolf Prize in Mathematics*, vol. 2, 2001）中。塞尔在这些信件里讨论了 FAC、 ℓ -adic 表示，包括关于“谷山-志村-韦伊猜想”历史记录，以及 Galois 表示、逆 Galois 问题、Abhyankar 问题、迹形式和 Galois 余类等专题。另一本文集《格罗滕迪克-塞尔通信》（2001）是理解当前代数几何概念和工具起源的宝贵资源。此外，塞尔撰写过一些关于其他数学家工作的

文章，也喜欢写一些“数学娱乐”论文，其中他总是从一个简单事实开始，然后逐步展开讨论，最后给出深层次结果的解释。

1995 年，塞尔荣获美国数学会颁发表彰优秀数学阐述和传播的斯蒂尔奖（Leroy P. Steele Prize for Mathematical Exposition）。

【五】思想和生活花絮

塞尔坚信数学的统一性。无论是将拓扑方法引入数论，还是用代数几何工具研究模形式，他的工作始终体现着这一理念。他是数学公理化、结构化、通用化研究的典范并拥有将分散领域用统一语言连接起来的超凡能力。在阿贝尔奖后的访谈中，塞尔说：“我的研究领域看似各不相同，但实际上它们彼此关联。我并不觉得自己的思维方式有什么改变。例如，在数论、群论或代数几何中，我会运用拓扑学的思想，例如上同调、层和障碍理论。”

在阿贝尔奖后的访谈中，塞尔也谈及他像许多数学家一样，在年龄渐大以后依然和年轻时一样努力工作。他说：“我这一代人，例如阿提亚（Atiyah）、博雷尔（Borel）、博特（Bott）、岛村（Shimura）工作的时间比我们的前辈们要长，当然少数杰出学者除外，例如埃利·嘉当（Élie Cartan）、西格尔（Siegel）、扎里斯基（Zariski）。”

在 1985 年新加坡国立大学对塞尔的访谈中，塞尔谈及他做研究的体会时说：“很多时候，……你脑海中会有一些想法……你会四处寻找答案，并尝试应用这些想法。这就像拿着一堆钥匙，去尝试打开好几扇门那样。”

最近，不时有 AI 协助证明或否定了一些著名的数学猜想以及改进了诸如黎曼猜想临界线上的零点占比或孪生素数的间隔距离的报道，引起了社会的轰动和数学家的关注。还有由几十个 Calude 智能体组成的集群在 11 天内写了 1300 万行 Lean 代码完成了关于费马大定理经计算机端到端的形式化证明。大概没有人知道如何去检验这千万行代码是否正确，但一个明显的事实是，AI 依赖于计算机，因此 AI 做数学的成功在本质上也是计算机对数学的贡献。在 1986 年《数学信使》杂志的一次访谈中，塞尔被问到计算机将会对数学发展产生什么影响时，他回答说：“计算机已经在数学的某些领域发挥了很大的作用。例如，在数论中，计算机的应用方式多种多样。首先，当然，可以用来提出猜想或问题。还可以用数值算例来检验一般定理，这对于发现潜在的错误非常有帮助。当需要进行大规模搜索（例如，需要检查 10^6 或 10^7 个算例）时，计算机也非常有用。”

在那次访谈中，塞尔还说到他的一个研究思维习惯：“我经常在夜间半睡半醒的状态工作。因为不用写笔记，这让大脑更容易集中注意力，也更容易转换想法。”塞尔还说：“大多数人都害怕承认自己不知道某些问题的答案，因此他们避免提及那个问题，即使这是一个非常自然的问题。真是遗憾！至于我自己，我很乐意说‘我不知道’。”

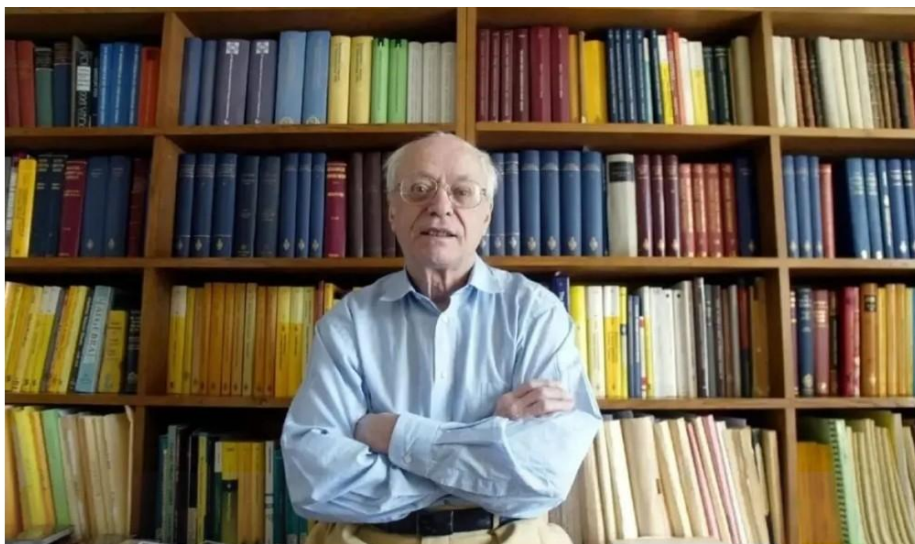


图 5 塞尔在办公室里

塞尔一生为人低调、个性平和、专注数学。他爱好攀岩、滑雪和打乒乓球，也喜欢下棋、读书和看电影。

塞尔的妻子乔西安·厄洛-塞尔（Josiane Heulot-Serre, 1922–2004）是一位化学家，曾任巴黎高等师范女子学院院长。他俩在 1948 年结婚，女儿克洛迪娜·蒙泰尔（Claudine Monteil, 1949–）是个有机化学家，早年在 Sèvres 女子初等师范学院工作，后来成为历史学家和作家，曾任法国外交官员。

2026 年 9 月 15 日，塞尔 100 周岁了。让我们一起来祝贺他生日快乐。