敬贺史蒂芬·斯梅尔教授九十五华诞

陈关荣
（香港城市大学）

适逢史蒂芬·斯梅尔教授九十五华诞之际，谨撰此文，以表达对这位数学巨擘的崇高敬意与真情爱戴。

斯梅尔于 1995 年从美国加州大学伯克利分校荣休，随后加入香港城市大学任职杰出大学教授，直至2001 年。我在1999 年底加入香港城市大学，成为他的同事和朋友。

2002 年，斯梅尔离开香港城市大学，前往芝加哥丰田（Toyota）技术研究所担任教授，在那里工作到 2009 年。之后，他返回香港城市大学，工作直至 2016 年。斯梅尔于 2016 年正式退休，带着终身荣誉教授的称号回到加州伯克利家中定居。

在香港城市大学期间，我们经常见面，关系也逐渐变得密切。我几乎每个工作天早上都到工学院办公室喝杯咖啡，顺便到走廊对面他的办公室看望他，简短地聊一会。我们还多次周末在香港一起去徒步登山，常常会有几位同事和学生同行。2010 年 4 月，我安排了一次只与他一人前往北京的特别行程，访问了中国科学院、北京大学和清华大学，在那里他分别做了学术报告和研讨会发言。

通过平日经常性的随意交谈，我对斯梅尔的个人经历和学术贡献有了更多了解。不过，斯梅尔并不是特别善谈的人。因此，这篇短文中对他的生平和成就的概述，主要是基于多年来我阅读过关于他的诸多资料，内容自然并不十分完整和准确。

虽然我对斯梅尔的了解很有限，但是我非常荣幸能够在 2025 年 7 月 15 日前夕，为庆祝他的 95 岁生日写下这篇简短的敬辞。

第一部分

斯梅尔的职业生涯与主要成就

斯梅尔于 1930 年 7 月 15 日出生在美国密歇根州弗林特（Flint）市。他于 1952 年获得学士学位，1953 年获硕士学位，1957 年获数学博士学位——全部都在密歇根大学完成。他的博士论文题为《黎曼流形上的正则曲线》，在哈斯勒·惠特尼（Hassler Whitney，1907–1989）的一些分析结果的基础上，将平面上的正则闭合曲线推广到 n 维流形上。

斯梅尔的学术生涯始于 1956 年至 1958 年在芝加哥大学担任讲师。1958 年，他证明了一个著名的定理：在三维空间中的 2-球面可以通过内插变换作向内“翻转”——这是拓扑学中的一项突破性成果。1958–1959 年，他在普林斯顿高等研究院工作，在那里他发展了与动力系统相关的莫尔斯（Morse）不等式的重要结果。

1959-1960 年，斯梅尔获得国家科学基金会（NSF）博士后奖学金，用于 1960 年 1 月至 6 月到巴西里约热内卢的纯粹与应用数学研究所访问。在此期间，他在混沌理论中建立了关于马蹄映射的严格数学理论。此外，他证明了所有 n≥5 维的广义庞加莱猜想，做出了一个划时代的贡献——这一成果于 1961 年发表。这个猜想由法国数学家昂

利·庞加莱（Jules Henri Poincaré，1854–1912）提出，是 20 世纪最著名的数学难题之一。斯梅尔的奠基性贡献让他在 1966 年获得了菲尔兹奖，获奖理由是：他证明了在 n≥5 维的广义庞加莱猜想：“每个单连通闭合的、同伦等价于 n 维球面的 n 维流形，都与该 n 维球面拓扑同胚。”

此外，1962 年，斯梅尔将 h-半同调定理推广到高维流形。1965 年，他将著名的莫尔斯-萨尔定理关于光滑函数临界值的内容推广到无限维巴拿赫空间中的广义非线性映射中，极大地影响了拓扑学和动力系统研究的发展。

在 1960 年代后期，斯梅尔基于早期的成功经验，逐渐将研究重心转向更偏应用的领域。随后几年，他将数学理论扩展到经济学、天体力学、电路理论、生物学、免疫学等多个科学领域。

2007 年，斯梅尔获得了沃尔夫数学奖，表彰他在微分拓扑、动力系统、数学经济学等领域的杰出贡献。

斯梅尔在其职业生涯中曾在多个著名机构任职。他先在加州大学伯克利分校任副教授（1960–1961），然后在哥伦比亚大学任正教授（1961–1964），随后又回到伯克利任正教授，直到 1995 年退休。如前所述，1996 年起他作为杰出大学教授入职香港城市大学。2002 年，他离开香港，到芝加哥丰田技术研究所任教授，直到 2009 年。之后，他再次回到香港城市大学，继续担任杰出大学教授。2016 年他 86 岁时完全退休，保留着香港城市大学终身荣誉教授的头衔，回到加州伯克利家中定居。

第二部分

斯梅尔在数学方面的主要贡献

在本文极短的篇幅之内，几乎不可能完整描述斯梅尔在数学上的奠基性贡献。不过，我基于个人有限的信息，尽力提供一份我认为是他最重要的学术成就的简要概述。

微分拓扑学

1958 年，斯梅尔了解到亚历山大·安德罗诺夫（Aleksandr A. Andronov，1901–1952）和列夫·庞特里亚金（Lev S. Pontryagin，1908–1988）关于动力系统结构稳定性的研究，便尝试用拓扑学方法去研究那些问题。该研究促成了著名的莫尔斯–斯梅尔系统理论的建立，它揭示了一类结构稳定的光滑动力系统，其非游荡集由有限多个双曲平衡点和双曲周期轨道组成，并且其稳定流形和不稳定流形均满足横截条件。

1966 年，斯梅尔在苏联莫斯科举行的国际数学家大会上获得菲尔兹奖，表彰他提供了高维庞加莱猜想的证明。这个高维版本的庞加莱猜想，说任何同伦等价于 n 维球面的封闭 n 维流形，实际上就是 n 维球面。当 n=3 时，这是经典的庞加莱猜想。斯梅尔证明了在 n≥5 维情况下的这个高维版本庞加莱猜想。他的证明基于莫尔斯理论，对之他曾作出过重要贡献。莫尔斯理论允许通过研究流形上的可微函数去分析其拓扑结构。1982 年，迈克尔·弗里德曼（Michael H. Freedman，1951–）证明了 n=4 的高维庞加莱猜想，因而获得了 1986 年的菲尔兹奖。最终，格里戈里·佩雷尔曼（Grigori Y. Perelman，1966–）证明了 n=3 的经典庞加莱猜想。不过，他拒绝了受领 2006 年的菲尔兹奖。除了菲尔兹奖外，斯梅尔还获得了美国数学会颁发的 1966 年韦布伦（Veblen）几何奖，表彰他在微分拓扑学多方面的贡献。

动力系统与混沌理论

1960 年代，斯梅尔在动力系统理论所作的贡献对该研究领域产生了重大影响。

从 1950 年代末到 1960 年代初，受乔治·伯克霍夫（George D. Birkhoff，1884–1944）工作的启发，斯梅尔发现了庞加莱的同宿点与动力系统基本性质之间的重要联系。同宿点为他提供了具有无数周期点的结构稳定系统的范例。斯梅尔发现，在这些系统中极小集与康托集同胚，可利用新的双曲系统理论从稳定与不稳定流形的角度来进行分析。

1960 年初，斯梅尔作为 NSF 博士后在巴西工作时，收到诺曼·莱文森（Norman Levinson，1912–1975）的一封信，指出存在非莫尔斯–斯梅尔系统的结构稳定系统。这一发现促使斯梅尔发展了马蹄映射，描述了动力系统中的奇异吸引子——后来被认为是混沌系统的标志。从此，马蹄映射理论成为了分析动力系统中混沌现象的重要工具：它可以用来证明混沌的存在，包含无限多个周期轨道，以及对初始条件的敏感性。

1967 年，斯梅尔发表了奠基性的文章“可微动力系统”，为混沌理论的严格数学分析提供了拓扑学基础。1998 年，他在《数学智者》（Mathematical Intelligencer）杂志发表的文章“混沌：在里约海滩上发现了马蹄映射”中回忆说：“我很幸运在里约遇到了三种不同动力学传统的交汇点。”其中，这三种传统指的是：苏联戈尔基（Gorki）学派关于非线性动力学的安德罗诺夫和庞特里亚金的工作；莱文森、玛丽·卡特赖特（Mary L. Cartwright，1900–1998）和约翰·李特尔伍德（John L. Littlewood，1885–1977）关于范德波（van de Pol）振子的研究；以及庞加莱和伯克霍夫关于常微分方程定性理论的基础工作。

具体而言，斯梅尔证明了存在横切同宿点的微分同胚附近的双曲不变集，其动力学与有限字符的移位具有同构关系。他还完成了庞加莱遗留的一个工作，建立了常微分方程与具有概率马尔可夫过程的确定性映射之间的联系，证明了它们的轨道是不可区分的。这一工作最终导致了斯梅尔-伯克霍夫同宿定理的建立。

在此领域中，我作为《国际分岔与混沌杂志》主编，在 2017 年有幸邀请到因迪卡·拉贾帕克萨（Indika Rajapakse，1980–）和斯梅尔在杂志上发表他们的合作论文“叉型分岔”（The pitchfork bifurcation），其中提出了一种新的叉型分岔理论，减弱或取消了传统分析中关于对称性和三阶导数的要求，加深了人们对动力系统中分岔现象的理解。

第三部分

斯梅尔在科学应用的数学基础方面的主要贡献

从 1960 年代末开始，斯梅尔在取得许多显著数学成就之后，逐步将研究重心转向多个应用科学领域，包括经济学、天体力学、电路理论、生物学、免疫学、科学计算、机器学习及多智能体群体模型等。他用动力系统理论对物理过程如 n 体问题和电路动力学进行建模并结合拓扑学理论和方法进行分析，深化了对这些学科的认识和理解。

数学经济学

1968 年，斯梅尔在加州大学伯克利分校遇到经济学家杰拉德·德布鲁（Gerard Debreu，1921–2004），双方开展合作，探索经济学中的数学理论。1970 年代，斯梅

尔专注于一般均衡理论，利用拓扑学和动力系统方法研究价格调整的动力学。他发表了一系列关于经济动态均衡的论文，深入解释均衡的结构，并提出了相关计算方法。

1983 年，德布鲁获得诺贝尔经济学奖。他特别强调，斯梅尔教会他应用的萨德（Sard）定理对其主要经济理论的发展起到了关键作用。

1980 年代，由诺贝尔经济学奖得主和世界顶尖经济学家们编辑的《数学经济学手册》三卷本中，斯梅尔被邀请撰写了题为“大规模分析与经济学”的章节，彰显他在该领域的重要角色和贡献。

计算理论

旨在融合理论计算机科学和数值分析技术，斯梅尔与莱诺·布鲁姆（Lenore C. Blum，1942—）和迈克尔·舒布（Michael I. Shub，1943—）合作，提出了“布鲁姆-舒布-斯梅尔机器”模型。这是一种分析函数可计算性的框架，用于研究在理论计算机科学中的算法和函数的可计算性问题。1998 年，布鲁姆、斯梅尔、舒布和胡安·库克（Juan Felipe Cucker，1958—）合著了关于这一重要主题的第一本全面教材《复杂性和实数计算》（Complexity and Real Computation），展示了经典的基于图灵机模型的复杂性理论不足以解决现代科学计算中的许多问题，并提出了适合实际应用的新的复杂性理论。在引言中，作者们指出：“本书的观点是，图灵模型（我们称之为‘经典’模型）依赖于 0 和 1，从根本上来说不足以为现代科学计算提供需要的基础，因为现代科学计算中的大多数算法——源自牛顿、欧拉、高斯等人——都是实数算法。”在此基础上，他们建立了严密的数学基础，包括牛顿法、线性规划的单纯形法等计算方法的性能分析工具。

1995 年夏天，斯梅尔在犹他州帕克（Park）城组织了为期一个月的计算理论研讨会，旨在加强数学与数值分析的统一，缩小纯粹数学与应用数学的距离。随后，他创立了“计算数学基础协会”并创办了《计算数学基础》杂志。自 2011 年起，该协会每三年颁发一次“史蒂芬·斯梅尔奖”，以表彰年轻数学家在计算理论领域的杰出贡献。

学习的数学理论

21 世纪初，斯梅尔与库克和周定轩（Ding-Xuan Zhou，1967—）合作，将学习理论在严密的数学框架内形式化。这一理论结合了逼近理论和数据驱动的统计学习，涉及儿童语言获识、早期人类文化中的语言出现、制造工程中的传感器设计以及图像识别中的模式识别等多个领域。它的应用范围广泛，涵盖认知心理学、动物行为、经济决策和工程学等，特别是在理解大脑功能和人类思维过程方面。

斯梅尔应用动力系统的结构稳定性理论，研究学习过程如何收敛到稳定解，以及迭代学习算法的表现。他与合作者还分析了神经网络的结构，以及特定函数逼近任意连续函数的能力，揭示了不同学习模型的理论极限。他们还研究了梯度下降在无限维空间（如再生核希尔伯特空间）中的收敛性和稳定性。

此外，斯梅尔与托马索·波焦（Tomaso Armando Poggio，1947—）合作，从神经科学角度着手，发展了严密的机器学习数学模型，极大推动了现代深度学习理论的发展。

2000 年前后，斯梅尔与加州伯克利的博士生姚远（Yuan Yao，1973—）合作，建立了动态学习理论的数学基础，为现代机器学习中的神经网络等模型和方法提供严格理论支持。

2010 年前后，斯梅尔还利用 Hodge 理论特别是离散 Hodge 理论进行拓扑数据分析，研究点云或单纯形复形表示的数据。事实上，早在 1980 年代，斯梅尔已对线性规划中的单纯形方法的平均复杂度和计算性能分析作出过重要贡献。

第四部分

斯梅尔的成就、奖项与荣誉

斯梅尔因其在拓扑学和微分几何方面的开创性工作，包括对高维庞加莱猜想的证明和动力系统理论的发展，于 1966 年获得菲尔兹奖。

2007 年，他获沃尔夫奖，表彰他在微分拓扑、动力系统、数学经济学及其他数学领域的突破性贡献。

1996 年，他获美国国家科学奖章，表彰他在基础研究领域四十年的开创性工作，这些工作推动了纯粹和应用数学的重大进展。

此外，他获得多所大学的荣誉博士学位，包括华威大学（1974）、皇后大学（加拿大金斯顿，1987）、密歇根大学（1996）、巴黎皮埃尔和玛丽居里大学（1997）、香港城市大学（1997）、罗斯托夫国立大学（1999）和热那亚大学（2004）。

他还被授予多项学会荣誉会员，包括巴西纯粹与应用数学研究所（1990）、都柏林三一数学会（1991）、莫斯科数学学会（1997）和伦敦数学学会（1998）。

除上述奖项，他还获得美国数学会的韦布伦奖（1966）、美国数学协会的肖文内特奖（1988）、工业与应用数学学会的冯·诺伊曼奖（1989）和于尔根·莫泽奖（2005）。

更为重要的是，斯梅尔分别于 1964 年、1967 年和 1970 年被选为巴西科学院、美国艺术与科学学院以及美国国家科学院院士。

最后提及，1973 年，苏联科学院克里米亚天体物理台和应用天文学研究所将新发现的小行星命名为“斯梅尔行星”。

第五部分

斯梅尔的人生故事

斯梅尔的人生故事丰富多彩而激励人心。这里我只简要地提及一些他的职业和个人生活的片段。

社会和政治活动

1960 年代，斯梅尔积极参与社会政治事务，支持民权运动，反对越南战争，参加抗议和示威，呼吁种族平等与世界和平。

1966 年，在苏联莫斯科举行的国际数学大会上，斯梅尔获得菲尔兹奖。他在大会演讲中，公开地同时批评了美国和苏联在和平与民主化方面的问题和面临的挑战。

1998 年，斯梅尔在《数学智者》杂志发表了一篇众所周知的有趣文章“混沌：在里约海滩上发现了马蹄映射”，回忆了他在美国国家科学基金会（NSF）博士后基金资助下访问巴西期间的挫折与冲突，以及他在巴西研究期间如何受到启发，提出混沌理论中的马蹄映射这一基础概念的经历。

一些个人生活趣事

斯梅尔毕生经常使用图书馆，尤其是在早期研究过程中。然而，我曾惊讶地发现，他在香港城市大学的办公室书架上没有任何书籍，只有一大堆手稿。我没有直接问他原因，因为我想到 1966 年与他共同获得菲尔兹奖的亚历山大·格罗滕迪克（Alexander Grothendiec，1928—2014）在被人问到他在法国高等科学研究所（IHÉS）里的办公室为何不放书籍时回答说："我们不看书；我们写书"。

斯梅尔热爱徒步登山，多年来也是一位出色的帆船运动员。我在香港期间，曾多次与他一起去登山；他精力充沛，活动中总是由他带领我们团队穿山越野。

最为有趣的是，他收集珍藏了一批世界上最精美的水晶石。在多次对公众开放的展览中，他展示了收藏的一些宝石和自己拍摄的珍贵照片。他收藏的各种漂亮水晶石可以从他编辑出版的《斯梅尔收藏：天然水晶的美丽》一书中看到。

启示性的学习体验

在学习和研究数学的过程中，我常常受到斯梅尔思维的启发。他说："至少在我个人看来，理解数学不是靠阅读或听讲，而是靠重新思考自己所看到或听到的内容。我必须在自己的知识背景下重新整理数学。这背景由许多线索组成，有强有弱。我的几何分析背景较强，但跟随数学公式去思考让我吃力。相较之下，我理解一个论证的速度比大多数数学家都慢。当我用自己的方式重新组织数学内容时，而不是在此之前，我才会真正理解它。"

二十一世纪的十八个数学难题

1998 年，斯梅尔列出了"二十一世纪的十八个数学难题"：

黎曼猜想；庞加莱猜想；P = NP 是否成立；单变量多项式的整数零点；丢番图曲线高度的界；天体力学中相对平衡状态数量的有限性；二维球面上点的分布；动力学引入经济学理论；强多项式时间的线性规划解法；封闭引理；一维动力系统一般是否为双曲型；微分同胚的中心化子；希尔伯特第十六问题；洛伦兹吸引子；纳维-斯托克斯方程；雅可比猜想；解多项式方程组；智能的极限。

其中一些难题近期已被完全或部分解决。

结语

最后，我想提及，斯梅尔在加州伯克利的博士生宣晓华（Michael Xiaohua Xuan，1963-）创立了华院计算技术公司（上海，UniDT），并建立了"斯梅尔数学与计算研究院"，专注于计算基础理论和算法的研究。斯梅尔任该研究院名誉主席，我也很荣幸成为其成员之一。

能在这里写篇小品表达我对这位卓越人物的敬意，我深感荣幸。斯梅尔的智慧与善良，总是在激励着我，也激励着所有认识他的人。

在此，愿 2025 年 7 月 15 日成为斯梅尔生命中充满喜悦与幸福的特殊日子。

笔者与斯梅尔在香港城市大学他的办公室内合影（摄于 2015 年 12 月 11 日）

本文英文版下载：https://www.ee.cityu.edu.hk/~gchen/pdf/Smale95thBD.pdf