

## 一个有诗人灵魂的女数学家

“没有诗人的灵魂就不可能成为数学家”

——索菲娅·柯瓦列夫斯卡娅

陈关荣

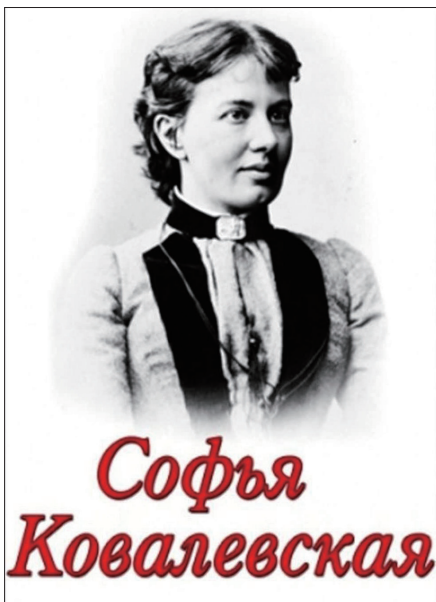
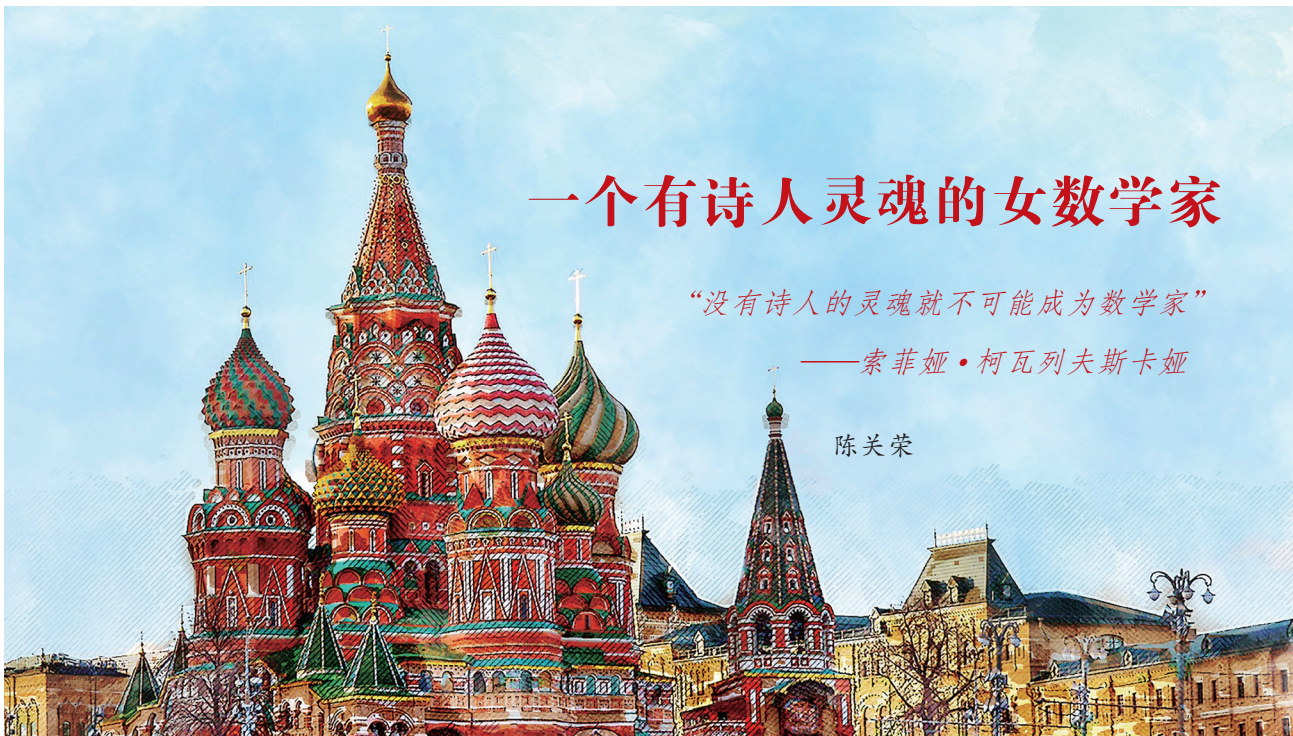


图1. 索菲娅·柯瓦列夫斯卡娅（1850年1月15日-1891年2月10日）和她的签名

索菲娅·瓦西列夫娜·柯瓦列夫斯卡娅（Sofya Vasilyevna Kovalevskaya）是世界历史上第一个女数学博士、第一个女数学院士。

### 一. 童年：“新的毕达哥拉斯”

1850年1月15日，索菲娅出生于俄罗斯莫斯科。她的父亲瓦西里·科尔文-克鲁科夫斯基（Vasily V. Korvin-Krukovsky）当年是俄国陆军的一位中将，任职莫斯科炮兵指挥官。她的母亲叶利扎维塔·舒伯特（Yelizaveta F. Schubert）出生于德国裔的贵族家庭，其祖父一家于1785年从德国移民到了俄国。菲娅的外曾祖父西奥多·冯·舒伯特（Friedrich T. von Schubert）是俄国著名天文学家、俄罗斯科学院院士；外祖父曾任军事地形部门负责人、俄罗斯科学院荣誉院士、彼得大帝人类学与民族学博物馆馆长。

在家里，索菲娅有一个比她年长7岁的姐姐阿纽塔（Anyuta）和一个年轻5岁的弟弟费奥多尔（Fyodor）。1858年她8岁时，父亲退休，全家移居到帕利比诺（Palibino）的家族庄园。

少年时期的索菲娅受姐姐阿纽塔影响最大。她对姐姐非常崇拜，因为姐姐懂得很多，关心社会，并且乐意和她谈心。阿纽塔长大后成为政治激进分子，那是后话。

索菲娅的父亲先后请了几个家庭教师辅导她的英语、法语、德



图 2. 青少年时代的索菲娅

语和初等数学。教她初等代数和几何的老师是波兰人马列维奇 (Yosif I. Malevich)，他惊奇地发现这女孩对数学特别着迷。原来她对数学的兴趣是早年由她伯父彼得·克鲁科夫斯基 (Pyotr V. Krukovsky) 启发的。伯父爱好数学，给这位小侄女讲了许多有趣的数学故事，诸如化圆为方、可以不断趋近但又永远不能达到的渐近线，等等，让她对数学充满了好奇和幻想。

索菲娅父亲年轻时修读过皇家宫廷数学家、欧拉的学生奥斯特罗格拉德斯基 (Mikhail V. Ostrogradsky) 的微积分课程。后来装修庄园房子，父亲用当年的微积分教材纸页糊满了索菲娅房间的四壁作为装饰。索菲娅

11 岁那年，开始对墙纸发生了极大的兴趣，试图弄明白那些术语和符号到底表示什么。索菲娅后来回忆说：“我观察墙壁时，发现从伯父那里听来的内容都描述在上头。我激动万分，开始更用心地去看那些墙纸。虽然纸上留下泛黄的岁月痕迹，但我很喜欢观察纸上的神秘符号。即使没能破解那些符号，我相信那绝对带有某种有趣且充满智慧的含意。我常常在墙壁前站上好几个钟头，反复琢磨印刷在上面的内容。”

一天，邻居一位物理学家蒂尔托夫 (Nikolai N. Tyrtov) 教授给她父亲送来了一份礼物，是他自己写的一本物理教科书。索菲娅看见了就有兴趣去阅读。蒂尔托夫注意到，索菲娅在阅读“光学”章节时是完全不懂里面三角函数公式的涵义的，但她居然能够用自己的方式去正确地解释了正弦函数。蒂尔托夫很惊讶，夸奖她是“新的毕达哥拉斯”。

## 二. 求学的破冰之旅

在沙俄时代，政府不允许女子进入高等学府大门，数学天才索菲娅自然没有机会。

为了接受高等教育，索菲娅想到出国。可是，当年单身女子是领不到护照的。1868 年，18 岁的索菲娅私下约了好朋友弗拉基米尔·柯瓦列夫斯基 (Vladimir O. Kovalevsky)，两人以“结婚”的名义和方式离开了父母，来到了圣彼得堡。柯瓦列夫斯基进入了圣彼得堡大学古生物专业。政治观点上，他是个政治激进分子，后来翻译出版了达尔文的《进化论》。索菲娅则偷偷地跑到大学去听数学家斯特兰诺柳布斯基 (Aleksandr N. Strannoliubsky) 讲授微积分课程。这

位教授是蒂尔托夫的学生，是一位出色的数学教育家，出版过俄罗斯第一部代数教学法论著。他的微积分课程让索菲娅感叹：“数学为我开辟了一个新的奇妙世界。”

1869年，这对假夫妻离开了俄罗斯，经维也纳作短暂停留后来到了德国。柯瓦列夫斯基在耶拿大学注册修读生物和地理学，但没想到，德国比俄罗斯好不了多少，也不让女生注册为正式学员。经多番争取后海德堡大学允许索菲娅去旁听基础课。于是，索菲娅去旁听了冯·亥姆霍兹<sup>1</sup>（Hermann von Helmholtz）、基希霍夫（Gustav R. Kirchhoff）和本生（Robert W. E. Bunsen）的物理和化学课程。让索菲娅特别入迷的是波依斯-雷蒙德（Paul Du Bois-Reymond）的数学课，特别是柯尼斯伯（Leo Königsberg）的“椭圆函数论”专题。柯尼斯伯是在柏林大学任教的著名数学家魏尔斯特拉斯的学生。

在海德堡大学三个学期之后，遵照柯尼斯伯的建议，索菲娅转到了柏林大学。可是，柏林大学更糟糕，甚至不允许女生旁听教授的讲课。四处碰壁，索菲娅感到很痛苦：“普鲁士首都是落后的，我的一切恳求和努力都落空了，我没有被批准进入柏林大学。”索菲娅无望，便直接登门求救于德高望重的大学者魏尔斯特拉斯。

在当年的传统观念和规章制度约束下，魏尔斯特拉斯也很为难，或者说他内心也不乐意去帮助这个素昧平生的俄国女子。魏尔斯特拉斯给她出了一些数

学难题作为考试，意在礼貌性地作出拒绝。没想到索菲娅出乎意料地交了完美的答卷，其独到的思维方法和解题技巧让教授惊奇。魏尔斯特拉斯后来回忆道：她所具有的“直觉能力，甚至在更为年长成熟的学生中也是罕见的”。

入学依然是不可能的，但魏尔斯特拉斯破天荒地答应每周两次为她单独讲授数学课。这一对一形式的师徒授课居然持续了四年。后来，索菲娅回忆在教授身边学习数学的这段往事时，非常感激地说：“这段学习经历对我整个学术生涯影响至深，它决定了我后来的研究方向。”魏尔斯特拉斯对这位特殊的学生也很欣赏，他在后来写给她的一封信中说：“我从来没有遇到像你这样对科学最高目标有



*Weierstrass*

图3. 魏尔斯特拉斯和他的签名

<sup>1</sup> 其生平可参见《数学文化》2022/第13卷第2期《科学巨匠亥姆霍兹》。

如此透彻理解的人，而且你能如此快乐地配合我的指示和规则。”这一段不寻常的师徒关系对两人来说都是十分愉快并且收获丰盈的。

1871年春，索菲娅听说姐姐阿纽塔和姐夫贾克拉德（Charles Victor Jaclard）到了法国参加巴黎公社革命运动，便从柏林到巴黎去看望姐姐。期间，索菲娅还到医院当志愿者护理巴黎公社伤员。六个星期之后，索菲娅折回柏林，继续她的数学学习和研究。同年5月，巴黎公社失败，贾克拉德被捕。索菲娅知道后便告知时为俄罗斯陆军中将的父亲。父亲并不赞成女儿的革命行动，但他还是到了巴黎，通过政府要员的帮助营救了贾克拉德。最后，这对年轻夫妇潜离巴黎，分别去了瑞士和伦敦。1874年，两人又返回了俄罗斯。

1874年，24岁的索菲娅以“关于偏微分方程的理论”“对拉普拉斯的土星环形状研究的评论和补充”和“论一类三阶阿贝尔积分化为椭圆积分”等三篇论文，在已晋升为柏林大学校长的魏尔斯特拉斯精心安排和极力推荐下，通过缺席答辩荣获哥廷根大学破格颁发的博士学位，成为历史上第一个女数学博士。魏尔斯特拉斯表示，索菲娅的每一篇论文都值一个博士学位。他在推荐书中写道：“在来自世界各地的学生中，目前没有任何一个能超过柯瓦列夫斯卡娅女士。”此外，学位委员会还收到了知名数学家波依斯-雷蒙德和拉撒路·福克斯（Lazarus Fuchs）写的强力推荐报告。

索菲娅的第一篇论文是关于偏微分方程一般理论的，证明了一类偏微分方程在适当初边值条件下存在唯一解析解。其实，法国数学家柯西在1842年已经对同样的问题给出了一个解答，只是当年魏尔斯特拉斯和索菲娅都不知道他的工作。尽管如此，厄米特（Charles Hermite）赞扬索菲娅的论文是“偏微分方程一般理论的第一个重要成果”，庞加莱评价说索菲娅“大大简化了柯西的证明方法，并给出了定理的最终形式”。从此，在偏微分方程领域里有了一条“柯西-柯瓦列夫斯卡娅定理”，后来还有了高阶方程组的相应结果。索菲娅还考察了热传导方程，发现了某些偏微分方程即使有“形式幂级数解”也没有解析解。

索菲娅的第二篇论文是关于刚体绕平衡点旋转这一经典力学问题的，包括了普通的摆、陀螺和回转仪为其特例。那时数学家们对于这类刚体运动的分析已有一百多年历史，但都没能解决这个貌似简单的一般情形的难题，把它称为“数学水妖”。欧拉、拉格朗日、勒让德、泊松和雅可比等著名数学家研究过其中两种经典情形。由于它在理论



图4. 索菲娅在圣彼得堡

和应用上的重要性,法国科学院以之作为“博尔丁奖 (Prix Bordin)”的目标,但悬赏三次未果。

索菲娅的第三篇论文讨论了阿贝尔积分和椭圆积分的关系。后来,到了1888年,索菲娅进一步发展了这篇文章的成果,借用阿贝尔函数和椭圆积分的技巧解决了上述的“数学水妖”难题,因而荣获法国科学院的博尔丁奖。

### 三. 周折的学术生涯

1874年,索菲娅获得数学博士学位后随即与“丈夫”正式举行了婚礼,并于同年秋天两人一起回到了俄罗斯。但是,在当年沙皇统治下的俄国,她丈夫因为政治激进行为没有学校愿意聘请,于是做些房产生意,但很快便破产了。索菲娅本人更因为是女性无法进入大学教书,甚至找不到一份合适的工作,最后只好折回父亲的老庄园待业。

这段时间里,索菲娅的弟弟费奥多尔在圣彼得堡大学研读数学专业,他多年后成为该校物理与数学系的教授。索菲娅随后也来到圣彼得堡,试图在大学或科学院里获得一个职位。她开始与圣彼得堡的科学家们有所接触。一次,她应邀出席了由著名化学家门捷列夫主持的晚会,在那里遇到了数学、生物和化学领域的一些学者名流,特别是数学家切比雪夫 (Pafnuty Chebyshev)。然而,当年的俄罗斯科学家们对德国有一定敌意,同时对魏尔斯特拉斯分析学派有不同看法,索菲娅并没有受到特别的欢迎。尽管如此,切比雪夫依然邀请索菲娅去参加他的数学讲座并鼓励她去考虑天体力学特别是土星环稳定性的数学问题。



图 5. 格斯塔·米塔-列夫勒

1876年,魏尔斯特拉斯的一位瑞典学生、数学家米塔-列夫勒<sup>2</sup> (Gösta Mittag-Leffler) 访问圣彼得堡,在那里见到了师妹索菲娅,之后便决定帮她找一份大学数学教职。

1880年,由切比雪夫邀请和安排,索菲娅在圣彼得堡举行的第六届自然科学大会上作了一个关于阿贝尔积分的报告。

1881年春天,索菲娅带着刚出生不久的女儿 Fufa 转回到柏林。索菲娅与魏尔斯特拉斯一起研究光在不同介质中折射的数学问题。索菲娅的丈夫则留在俄

<sup>2</sup>关于米塔-列夫勒的生平可参见《数学文化》2016/第7卷第3期《乌城走出的数学大侠们》。

罗斯，但他因激进思想情绪非常不稳定，加上经济困境的压力并由于股票诈骗案受到了惩处，于1883年自杀身亡。这一不幸事件让索菲娅遭受沉重打击，她中断了数学研究并且不得不回到俄罗斯去清理丈夫留下的债务。

1883年11月，索菲娅从俄罗斯来到了瑞典斯德哥尔摩。在时为数学系主任的米塔-列夫勒帮助下，她进入了新成立的斯德哥尔摩学院（Stockholms högskola）。为了考核她的教学能力，学校让她无职无薪地教了一年书。基于她小时候良好的家庭外语教育和天赋的语言能力，她在那里的数学教学非常成功，被学院正式



图6. 索菲娅水晶石像（圣彼得堡国立大学）

聘为讲师。该学院到1904年有了博士学位授予权，到1960年升格为斯德哥尔摩大学。1883年，索菲娅发表了第四篇论文“论光线在结晶介质中的折射”。期间，米塔-列夫勒邀请索菲娅担任了他创办和主编的瑞典皇家科学院《数学学报》（Acta Mathematica）的编委。1884年，索菲娅晋升为副教授。

1885年，索菲娅发表了一篇天体力学的论文，用二阶超椭圆函数去逼近土星环的引力势，扩展了拉普拉斯关于土星环的流体或固体结构稳定性的分析。她对这个问题的兴趣和研究，是1870年代在圣彼得堡时受切比雪夫的影响和鼓励开始的。

1888年，索菲娅荣获法国科学院的博尔丁奖，奖励她应用阿贝尔函数和椭圆积分的技巧解决了刚体旋转运动研究中的“数学水妖”难题。评奖是在匿名论文上进行的，十分公正。委员会赞叹匿名作者的学术水平和方法远超预期，一致同意把奖金从三千法郎提高到五千。揭奖后，法国科学院为索菲娅举行了隆重的授奖仪式。科学院院长在奖辞中说：“我们的评委们发现，她的研究成果不仅证明了她的知识渊博，而且证明了她的思维具有超凡的创造力。”该奖项表彰她解决了“在特定情况下刚体围绕平衡点旋转的问题，其中完全积分是通过用时间的超椭圆函数实现的”。她的结果是继“欧拉陀螺”（1765）和“拉格朗日陀螺”（1788）之后的“柯瓦列夫斯卡娅陀螺”。它们给出目前仅有的三种刚体关于平衡点旋转的运动状态的完全可积解析解。

1889年6月，索菲娅获得瑞典皇家科学院颁发的一个大奖，又被斯德哥尔摩学院晋升为终身职正教授。同年11月，经切比雪夫等三名院士联名推荐，索菲娅被俄罗斯科学院物理学部正式选为通讯院士，成为历史上第一位女数学院士。更有意义的是，俄罗斯科学院从此改变了不授予女性科学家院士称号的传统。

#### 四. 生命的最后时光

1888年12月, 索菲娅来到巴黎, 24日到法国科学院接受博尔丁奖。其时她感到自己对于刚体旋转运动问题的研究过分投入, 已经精疲力尽了, 身体非常不适。她给米塔-列夫勒写了封信, 向学校请假, 要留在巴黎休养一段时间。但次年初春, 她在给朋友的信中写道: “现在我身体状况完全好了, 已经可以工作了。因为我的假期又延续了两个月, 我在巴黎可以继续力学问题的研究了。”可见她是闲不住的人。期间, 她还去出席了几个在巴黎举行的社会主义者、工人和妇女运动的大会。她还是同年7月在巴黎举行的妇女劳动者及其组织大会的两名俄罗斯妇女代表之一。

1889年, 索菲娅和俄罗斯社会学家马克西姆·科瓦列夫斯基 (Maxim Kovalevsky, 1851-1916) 发展了一段恋情。科瓦列夫斯基是个非常活跃的社会活动家, 于1901年在巴黎创办了俄国高等社会科学学校, 1905年回俄罗斯后任圣彼得堡大学教授, 1906年被选为第一届国家杜马代表, 1907年进入国务议会, 1906-1907年出版了《国家报》, 1909年起编辑《欧洲通报》, 并于1914年当选为俄罗斯科学院院士。1916年他去世后, 俄罗斯社会科学院以他的名字命名, 至1923年后才改换新名。

1890年5月, 索菲娅从瑞典回到圣彼得堡旅行, 受到了热忱的接待。市议会正式欢迎她回访并邀请她作公众讲演。期间, 她还应邀在高等女子专修班的数学考试和物理考试中当评委。

1891年1月, 索菲娅到法国南部海滨小城戛纳度假。在那里, 她不小心着凉病倒了。当她回到斯德哥尔摩时病况变得更加严重。但她依然按时间表去上课。可是, 由于病情严重, 她不得不在上课中途退了下来, 回家休息。她后来觉得熬不住了, 写了个便条委托米塔-列夫勒去请医生。医生诊断后说, 这属于流行性感冒并发肺炎, 是重症。2月10日, 索菲娅辞世, 时年41岁。

索菲娅被安葬在斯德哥尔摩北公墓 (Norra Begravningsplatsen)。在她的葬礼上, 米塔-列夫勒致了悼词, 称颂索菲娅: “作为一名教师, 她诚心诚意地献出了自己丰富的知识。”瑞典和法国等几个国家的数学学会都为索菲娅的逝世召开了追悼会。柏林大学数学系主任克罗内克 (Leopold Kronecker) 发文赞扬她是“罕见的探索者”。



图7. 索菲娅纪念像 (圣彼得堡)



图8. 索菲娅墓碑（斯德哥尔摩）

圣彼得堡高等女子专修班募捐委员会筹集资金，为她在斯德哥尔摩的墓地树立了纪念碑，上面镌刻着俄文铭文“献给数学家索菲娅·瓦西列夫娜·柯瓦列夫斯卡娅教授”，落款是“她的俄国朋友和赞美者”。募捐委员会还在瑞典设立了一个以索菲娅名字命名的数学奖学金。

## 五. 数学文学两相宜

索菲娅一生只发表过 10 篇数学论文，但篇篇都具有重要的学术价值。

索菲娅更重要的贡献是她对东西欧数学理论的交流 and 推广以及对数学学科的普及工作，特别是一改西方社会对女性教育、职业以及奖励的歧视和限制。所有这些，事实上具有更重要的历史意义和价值。

除了数学，索菲娅还喜爱诗歌和文学。她曾说：“在我看来，诗人需要感知别人看不到的东西，要比别人看得更深入。其实数学家也必须做同样的事情。”1874 年，哥廷根大学授予索菲娅数学博士学位的同年还授予她一个文学硕士学位。

事实上，数学家索菲娅是一个出色的写手，她创作了不少剧本、小说、诗歌、随笔和小品，只是绝大部分都没有完成，生前来不及发表。她出版了的有剧本《为幸福而斗争》（1877）和《一位虚无主义的姑娘》（1884），以及诗歌“一位丈夫的悲叹”。她最为出名的是自传体小说《童年的回忆》（1890）。书中写道：“我 15 岁时从圣彼得堡的著名数学教师斯特兰诺柳布斯基那儿学习微积分。他对于我能迅速理解和消化一些数学名词及导数概念大为惊讶，好像我以前早就知道它们了。我还记得他当时的神态。事实上，当他解释这些概念时，我立刻就很清晰地回记起，那正是我以前在‘糊墙纸’上见过但尚不理



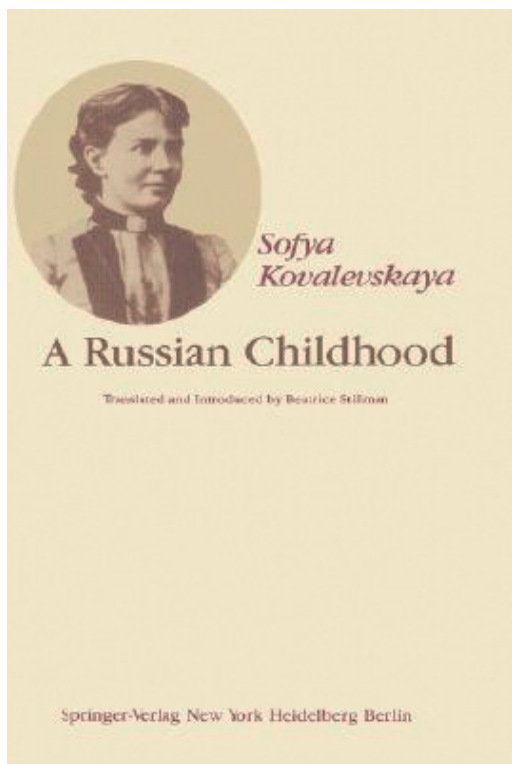


图 9. 《童年的回忆》(1890)



图 10. 作家索菲娅

解的内容。无论如何，那些东西我早就熟悉了。”该小说于1890年在俄文杂志《欧洲通报》的7月和8月两期上发表。俄国《北方通报》杂志的评论员对之作高度评价：“我们著名的女同胞无疑将在最杰出的俄国女作家中占有一席之地。这部作品已经显示出她真正文学能力的萌芽。”该书后来被译成多种文字，广为流传。

索菲娅曾急切地要实现自己的科学与文学双重计划。1890年秋，她兴奋地写了一封信给朋友，说：“到达斯德哥尔摩时，我愉快而又惊讶地收到几位素不相识的俄国妇女的来信，告诉我她们是如何为我的回忆录而感动，坚持要求我继续写下去。这些信使我感到非常幸福，并且确实说服了我着手去写一个续篇：我至少要写到我的学生时代。现在我把不做数学研究的每一分钟都用来完成这一任务。”在给朋友的另一封信里，她谈到了其他几篇正在创作的作品，如小说《一位民粹派姑娘》、关于俄罗斯民粹派创始人车尔尼雪夫斯基(Nikolay Chernyshevsky)的传记，以及一本已送审的法文小说。

索菲娅还积极对俄国人宣传瑞典文学。她写了几封信给《北方通报》的秘书，向他推荐值得翻译的瑞典作家的作品，并对俄国文学表示关注。她曾为《北方通报》写了一篇题为“在瑞典一所农民大学中度过的三天”的文章。有人问她，你在文学上花费这么多的精力，是否意味着要放弃数学研究而转向文学创作？她回答说，这两种兴趣没有矛盾，它们完全可以统一起来。在给朋友的一封信中她谈到二者的关系时说：“我理解你对我同时在数学和文学方面进行工作感到惊奇。许多从来没有机会更多地探索数学的人把数学混同于算术，并且认为这是一门干涩、枯燥的科学。但实际上并非如此。……没有诗人的灵魂就不可能成为数学家。至于说到我，我从来都不能确定在数学和文学二者中更偏向于哪一方。每当我对纯粹抽象的思维感到厌倦时，我就开始观察生活，转向具体的、活泼生动的生活。反之，当生活变得乏味时，我又转向数学。如果我集中精力只做一门学问，我可能会做出更多的工作。但是，我不愿意放弃其中任何一个。”

索菲娅的政治观念一直受着她终生崇拜的姐姐的激进思维影响。事实上，她在文学创作的每一项写作中，包括随笔和回忆录，都会触及一些现实性很强的问题，比如对传统的反叛、公众教育、女权主义、社会主义、共产主义等等。

## 六. 永不遗忘的纪念

索菲娅·柯瓦列夫斯卡娅被认为是 19 世纪杰出数学家之一。

为了纪念她，莫斯科、圣彼得堡和斯德哥尔摩各有一条“柯瓦列夫斯卡娅路”。

1970 年，月球上有了一个“柯瓦列夫斯卡娅陨石坑”。

1972 年，克里米亚天文台把新发现的 1859 号小行星命名为“柯瓦列夫斯卡娅星”。

2002 年，德国的亚历山大·冯·洪堡基金会设立了“柯瓦列夫斯卡娅奖”，每两年颁发一次，“授予在科学、艺术和人文科学领域的优秀年轻学者”。



图 11. 索菲娅纪念章



作者简介：

陈关荣，香港城市大学电机工程系讲座教授，  
欧洲科学院院士和发展中国家科学院院士。