

Chaos— 混沌的故事

「混沌」一詞近年來漸多見於報章雜誌、電影電視、文藝作品，甚至日常生活交談之中。

那麼，究本尋源，混沌是什麼呢？

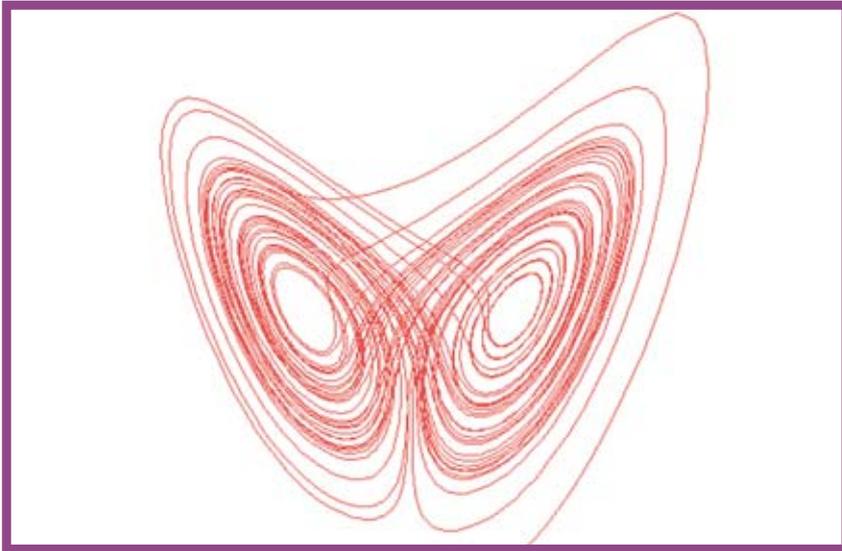
■ 陳關榮

西文中關於混沌的釋義，一般可追溯到西元前700年左右的古希臘詩人Hesiod（禾休德）所著的*Theogony*，即名著《神譜》。其中Hesiod對混沌的描寫後來影響深遠。亞里斯多德（Aristotle，西元前384至前322年）曾經肯定過《神譜》對混沌的看法：「Hesiod在提出『原始混沌』時所說的話看來是對的。萬物之初，先有混沌，然後才產生出廣袤的大地。」

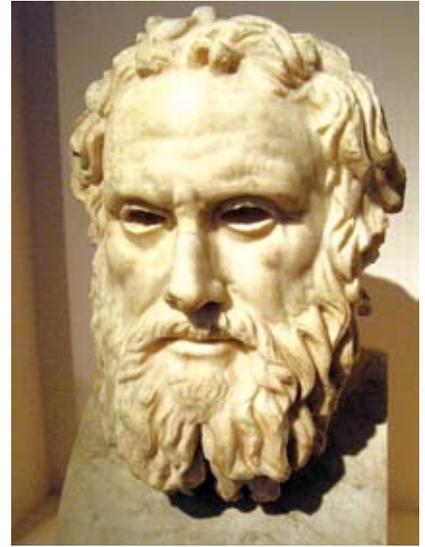
這解釋了為什麼在希臘神話中，一切都從混沌開始：宇宙之初的混沌，是一個無邊無際、一無所有的空間；隨後經歷了一次神奇的擾動，便誕生了大地母神Gaea（蓋亞）、地獄深淵神Tartarus（塔塔入司）、黑暗神Erebus（夜力卜司）、黑夜女神Nyx（妮可司）、愛神Eros（艾若司）等，世界從此開始。

古羅馬詩人Ovid（歐威德，約西元前43年至西元17年）所著，描寫希臘和羅馬神話故事的代表作《變形記》（*Metamorphosis*）中，發揮了Hesiod對混沌的描寫：「天地未形，籠罩一切、充滿寰宇者，實為一相，今名之曰混沌。」

《聖經》中也有許多對混沌的描述，最主要出現在〈創世紀〉中。其後的〈約伯記〉、〈以賽亞書〉、〈耶利米書〉和《聖經·新約》中的〈約翰一書〉對混沌的諸多討論都與此相關。在《舊約》中，混沌表達為tohu（英文意思是confusion），常和bohu（即void）連用，合起來寫成tohuwabohu，希臘文寫成χάος。英文譯本中有多種譯法，通常都譯為chaos。



● 「混沌」一詞，源自希臘文χάος，在英法德文中都寫為chaos，在俄文中則是хаос。



● Hesiod對混沌的描寫後來影響深遠

中國古人也有類似的豐富想像：天地未開闢以前，宇宙是模糊一團的狀態，稱為「混沌」。《太上老君八十一化圖》的第二化有云：「空洞之中，又生太無，太無之內生玄元始三氣，三氣相合，稱為混沌。」太上老君者，道教之主也，他「出乎太無之先，起乎無極之源，經歷天地，不可稱載，終乎無終，窮乎無窮」。

西元165年，邊韶作《老子銘》，說：「世之好道者觸類而長之，以老子離合於混沌之氣，與三光為終始。」因此，道教的經書《老子想爾注》中說：「一散形為氣，聚形為太上老君。」還有一說，太上老君是由春秋時代思想家老子（約西元前571年

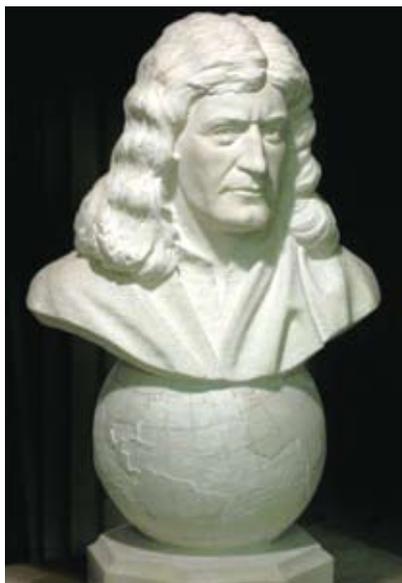
至不詳）演化而來。《史記·老子韓非列傳》有記載：老子姓李名耳，字伯陽，又稱「老聃」，楚國苦縣（河南）人。傳說，老子剛生下來時頭髮和眉毛都是白色，因此稱他為「老子」。

繼老子之後，戰國時期道家學派的主要代表人物是莊子，姓莊名周，蒙縣（河南商丘，或安徽蒙城）人氏。《莊子·應帝王》中有一句話：「南海之帝為倏，北海之帝為忽，中央之帝為渾沌。」在古文中，渾沌和混沌相通。

可見，「混沌」的概念在歐洲和中國古來有之，儘管含義不盡相同，哲理卻非常相近。但是，在現代科學裡，「混沌」即chaos卻是一個很不一樣的概念。



● 太上老君塑像



● 牛頓在1686年建立了關於單個質點運動的3大定律

首先從中學物理談起。牛頓在1686年建立了關於單個質點運動的3大定律。第一定律指沒有被外力作用的物體，會保持靜止或等速直線運動狀態。第二定律指物體的加速度和物體所受外力的合力成正比，和物體本身的質量成反比，並且加速度的方向和合力的方向相同。第三定律指兩個物體之間的作用力和反作用力大小相等、方向相反。

進一步，兩個質點的運動學問題，又叫做「克卜勒問題」，在1710年由白努利給出了解答：兩個物體以連心力互相作用，且力的大小和它們距

離的平方成反比時，如果你站在一個質點上，那麼看到另一個質點的運動軌道會是一條直線、一條拋物線、一個橢圓，或者雙曲線的一個分支。

由於這些數學和物理學的結果如此完美漂亮，當時的科學家普遍認為，客觀世界的基本結構和運動原理應該都是非常協調和諧的。最具代表性的表述就是拉普拉斯的「邪念」（Laplace's Demon，1814年）：

「我們可以認為，宇宙的現在是由它的過去決定的；現在也是決定未來的原因。如果有一位偉大的智者在某一時刻，獲知了自然界一切物體的位置和相互作用力，並且他具有超常的計算和分析能力，他就可以把宇宙這個最龐大的物體直到原子這個最細微的顆粒，全都囊括到一個公式中。對於這位智者來說，沒有什麼東西是不確定的一宇宙的未來會像它的過去一樣完全呈現在他的眼前。」

3個以至多個質點的運動學問題，看來大概也就是這樣了吧？但是後來發現，事情並非如此簡單。在牛頓和拉普拉斯那個年代，人們對太陽、地球和月亮這3個天體之間的相互影響十分關注。雖然科學家對它們的運動規律已經了解得比較

清楚，但是對於這3個天體長時間運行過程中的狀態是否保持穩定還是一無所知。三體問題於是成了天體力學中的基本模型。事實上，多體問題的第1個完整數學描述已經包含在牛頓的《自然哲學的數學原理》一書中。

那時的科學家已經發現，在一般三體問題中，每一個天體在其他兩個天體的引力作用下的運動方程，都可以表示成3個二階的常微分方程，或者6個一階的常微分方程。因此，一般三體問題的運動方程是十八階，必須求得18個完全積分才能獲得一套完整的解析解。然而，理論上卻只能得到10個這樣的完全積分，因而三體問題未能徹底解決。

牛頓和拉普拉斯沒能解決這個問題，歐拉（Euler）、拉格朗日（Lagrange）、泊松（Poisson）等數學家和物理學家也都不能解決它。後來，歐拉在1767年和拉格朗日在1772年分別考慮了一種特殊情形，即「平面圓形限制性三體問題」，其中假定兩個大質點做平面圓周運動，而另一個小質點做三維空間運動。在這種限制條件下，他們先後找到了微分方程組的一共5個特解，即現在天文學中熟知的5個「拉格朗



● 彭加萊被認為是繼牛頓和歐拉之後，歷史上最最後的一位數學通才。

日點」。但是，一般的三體問題依然沒有得到解決。

時光很快就穿越了1個世紀，這時法國出現了被認為是繼牛頓和歐拉之後，歷史上最最後的一位數學通才——彭加萊（Poincaré）。1887年，瑞典和挪威國王奧斯卡二世（Oskar II）懸賞，徵求太陽系穩定性問題的解答，期望藉以解決天體力學中的多體問題。在這次競賽中，彭加萊以他在三體問題上的研究成果獲得大獎。

獲獎後，彭加萊的論文便被送到 *Acta Mathematica* 雜誌上排印發表。文章清樣出來後，負責校對的一個名為 Phragmen（朴若

各門）的年輕人覺得原文中有解釋不清楚的地方，於是建議作者加入詳細說明。可是彭加萊在修改的過程中，卻發現原來的數學證明有錯，於是夜以繼日進行修改。

這個重要的錯誤後來變成了好事，讓他深思熟慮之後徹底摒棄了傳統的定量分析方法，也就是尋求微分方程解的完全積分運算式的做法，轉而以定性分析方法重新探討這個數學上極其艱深的問題，並最終獲得了對三體穩定性問題的正確解答。他得獎論文的修訂版在3年之後才正式問世。彭加萊偉大之處，在於他在這次修正錯誤的過程中，創立了數學的一個分支——微分方程定性理論。

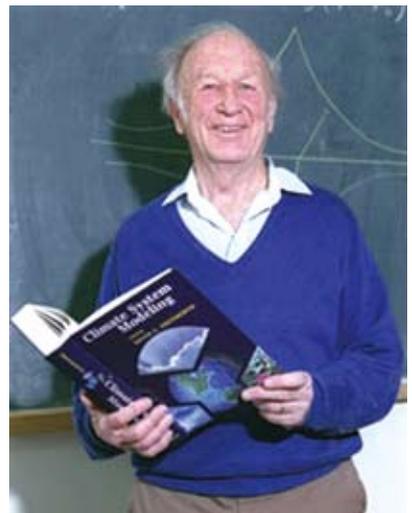
彭加萊在1908年《科學與方法》一書中回憶道：當時的錯誤源於「初始條件的微小誤差在最後結果中產生了極大的差別……使得預測變得不可能，從而我們就看到了許多偶然現象。」彭加萊的另一個偉大貢獻，是通過這個不平凡的觀察，開闢了通往「混沌理論」的新方向，其要點是初始條件微小的變化會引起方程解的巨大不同結果。

當然，歷史上許多耀眼的思想火花，在出現之前常常就已經存在相似的閃爍。物理學家馬克士威（Maxwell）早在1873年就

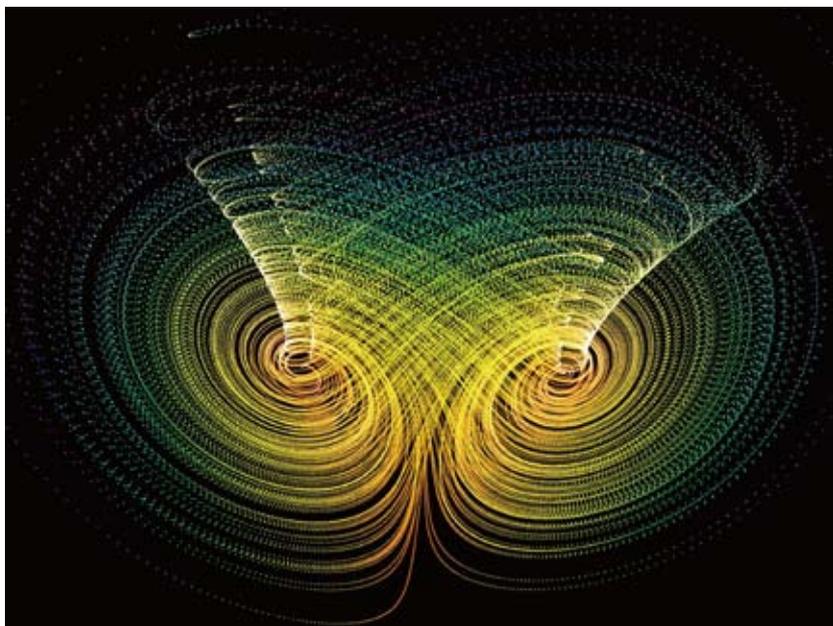
說過，系統初始狀態的一個無窮小變化，可能會引起狀態在有限時間內出現有限的偏差，這樣的系統是不穩定的，並且會使得對將來事件的預測成為不可能。數學家阿達馬（Hadamard）在1898年也說過，初始條件中的誤差或不精確，可能會使系統長時間的動力行為變得不可預測。

但是，彭加萊對這個特徵的表述比任何前人都更加清晰而且「定性」。微分方程的解（或者說系統的狀態）的這個特殊敏感性質，後來成為了混沌理論的最基本特徵。

在現代科學史中，真正數學和物理學意義下的混沌理論，公認是由麻省理工學院的氣象學家



● 在現代科學史中，真正數學和物理學意義下的混沌理論，公認是由麻省理工學院的氣象學家洛倫茲提出的。



●筆者在1999年發現了一個與 Lorenz混沌系統「對偶」的混沌系統，國際上同行稱為 Chen系統。這圖是Chen系統產生的混沌軌線。

洛倫茲（Lorenz）提出的。

1961年冬的一天，當時還是副教授的洛倫茲用一台Royal McBee LPG-30電腦，對一個包含12個微分方程的氣象動力學方程組進行數值模擬試驗。在其中的一次驗算裡，為貪圖方便，他把一個小數點後六位數的初始值做了四捨五入處理，僅輸入了小數點後前三位數。讓他大吃一驚的是，這個與精確數值不到千分之一的誤差，讓最後計算結果大相逕庭。

這個偶然的取值過失，讓洛倫茲發現了一個簡單具體並

且有明確物理意義的、可以用來表現和驗證彭加萊混沌理論的數學模型。1963年，洛倫茲在美國《氣象學報》上發表了題為〈確定性的非周期流〉的論文。這篇文章和他隨後發表的另一篇相關論文，指出對於模型中關鍵參數的微小改變會導致完全不一樣的結果，使得有規律的周期性行為能夠進入雜亂無章的狀態，令精確的長期天氣預報變得不可能。

像歷史上許多偉大成果的命運一樣，洛倫茲的重要發現在論文發表後漫長的10年裡，

一直沒有引起科學界的注意。1972年，洛倫茲在美國科學發展學會第139次會議上做了一個題為「可預測性：巴西一隻蝴蝶扇動一下翅膀，能否在德克薩斯州掀起一場龍捲風」的演講。他指出，一個微小的初始條件變化有可能引起一連串逐漸被放大的改變，最終導致完全意外的不同結果。這個觀點徹底粉碎了歷史上人們對「現時的確定性因果關係決定了對將來行為的可預測性」深信不疑的傳統觀念。

他的這個「蝴蝶效應」通俗比喻，開始讓人們認識到「混沌」這一自然現象的存在和重要性。自此之後，混沌學成了一個活躍的研究方向，並被認為是在20世紀繼相對論和量子力學之後的第3個科學革命。接下來，學術論文和科普書籍接踵而至。

在採訪了兩百多名科學家後，《紐約時報》科技部主任葛雷易克（Gleick）於1987年出版了後來譽滿天下的暢銷書《混沌：不測風雲的背後》（*Chaos: Making a New Science*）。書中說道：「洛倫茲的這篇論文，在60年代的雜誌上每年被引用1次。可是20年後的今天，它每年被引用一百

初始條件微小的差別或改變，可能引發出巨大無比的後期效應，這正是科學「混沌理論」最根本的特徵。

多次。」

明白了「蝴蝶效應」的意思之後，你可能會聯想到許許多多歷史和現實生活中的例子和故事。你一定會想起「差之毫釐，繆以千里」這一成語。你可能也知道一首英文詩：

因為一根鐵釘丟了，使得一個馬蹄鐵壞了。

因為一個馬蹄鐵壞了，使得一匹戰馬摔倒了。

因為一匹戰馬摔倒了，使得一個騎兵陣亡了。

因為一個騎兵陣亡了，使得一場戰役輸了。

因為一場戰役輸了，使得一個國家滅亡了。

你可能還會想起蘇軾的一首七言詩：

斫得龍光竹兩竿，持歸嶺北萬人看。

竹中一滴曹溪水，漲起西江十八灘。

所有這些詩歌、諺語和故事都表達了同一個意思：初始條件微小的差別或改變，可能引發出巨大無比的後期效應。這正是科學「混沌理論」最根本的特徵。

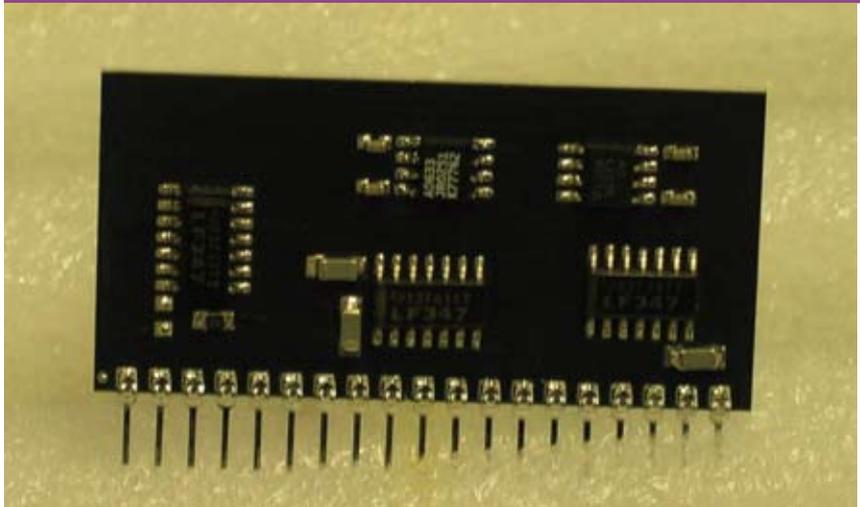
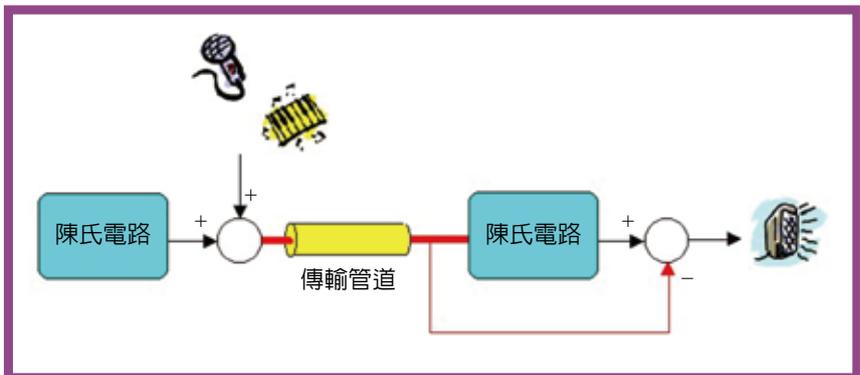
自從洛倫茲在氣象預報研究中發現了混沌現象以來，人們陸續發現在眾多自然和社會變化中，如股市的起伏、政治的波動、天體的運行、疾病的傳播、

心率的節奏、大腦的思維等，都在一定程度上存在混沌現象。近年來有不少新聞報導說，科學意義下的「混沌理論」在生物醫學、信息隱藏、流體混合等方面都找到了一些成功的應用。

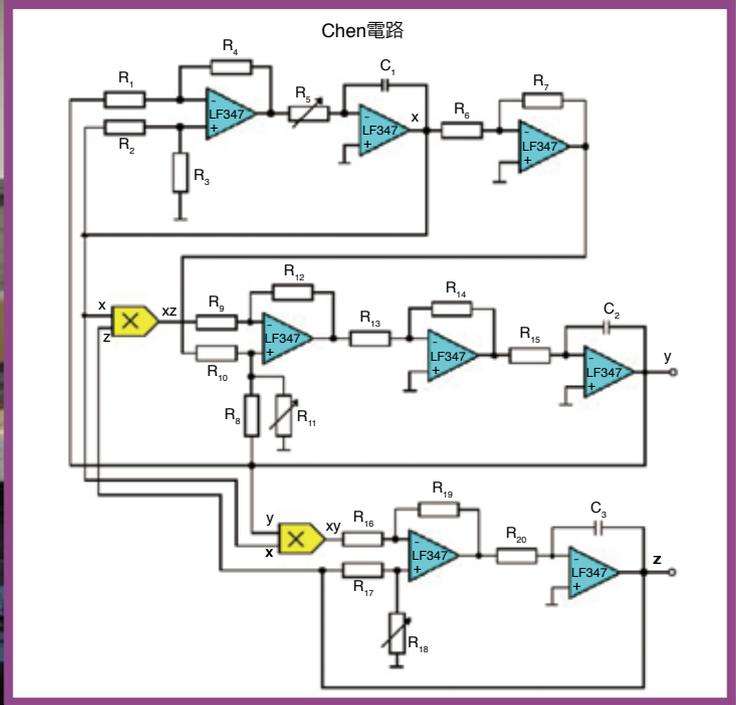
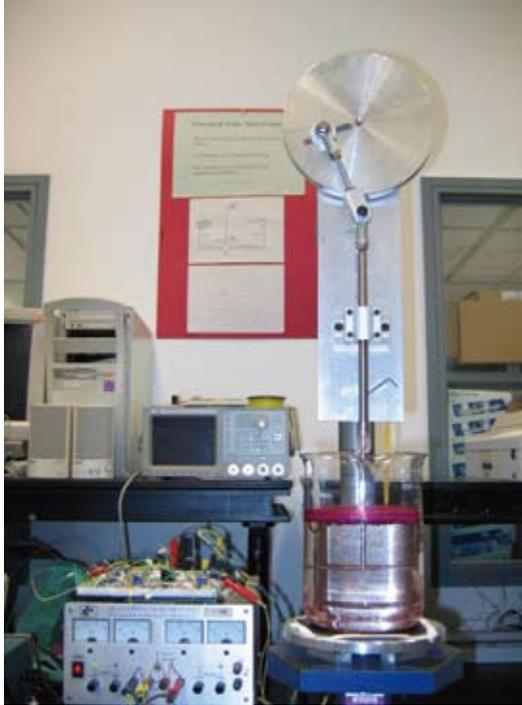
當然，在現實生活中，「混沌」即chaos更多的時候是用來指紊亂、騷亂、動亂、混亂，它

的含義不言而喻。這裡的「混沌」，和前面所說的，在朦朧含糊、雜亂無章方面是相通的。不過科學意義下的chaos常常是指「亂中有序、序中有亂」；而政治和經濟意義下的chaos，通常就不具有這層寓意了。

在現實生活中把「混沌」理解為湍亂混濁的一個生動例子，



● 筆者在實驗室裡成功地應用Chen系統的混沌信號，設計並研製出類比及數位電路的保密通信系統，通過國際安全準則（如美國國家標準技術研究院NIST）檢驗。



● 筆者在實驗室裡成功地應用Chen系統的混沌信號，對不同溶液進行混沌攪拌，在同樣條件（例如相同耗電）下，獲得比常規勻速攪拌更為快捷並均勻的效果。



● 黃河壺口瀑布

是唐代詩人孟郊的〈泛黃河〉。現把這首五言古詩抄錄如下，以饗讀者，並做為本文結語：

誰開崑崙源，流出混沌河。
積雨飛作風，驚龍噴為波。
湘瑟颼颼弦，越賓嗚咽歌。
有恨不可洗，虛此來經過。

誌謝：文中非筆者自己圖片，都從互聯網上的無版權網頁下載。

陳關榮

香港城市大學電子工程學系