

东方文艺复兴式的学者——朱载堉

陈关荣

(香港城市大学)



朱载堉（1536年－1611年）是明代一位杰出的乐律学家和历算学家。

【生平简介】

朱载堉出生于河南省怀庆府河内县（今河南沁阳市），是明太祖朱元璋（1328年－1398年）的第九代孙。朱载堉的父亲朱厚烷（1518年－1591年）时为明朝第五代郑恭王，其中“郑”是封地称号，其王府位于当年南直隶地域内的凤阳城。

朱载堉自幼聪颖好学，为人敦厚诚实。按清代《河南通志》记述，“载堉儿时……无师授，辄能累黍定黄钟，演为象法、算经、审律、制器，音协节和，妙有神鲜”。他本人后来也有自述：“余少嗜音律，长而益得其趣，是以乐学之说，颇异于众。”

1548年，郑恭王朱厚烷上书皇帝明世宗朱厚熹（1507年－1567年），敦请这位堂兄修德行善。他同时进贡了《居敬》、《穷理》、《克己》、《存诚》四箴言书及《演连珠》十章，规谏皇上。谁知皇上龙颜大怒：“朱厚烷不理朕劝告，在郑国中骄傲无礼，是大逆不道。”加上又有图谋上位的皇亲诬告，明世宗便把朱厚烷削职查办，降为庶人，禁于凤阳城中。时年12岁的朱载堉不平其父含冤获罪，在郑王府门外自行筑屋独处，不回家中居住。他这一“席藁独处”，竟然历时十九年，直到1567年明穆宗

朱载堉（1537年—1572年）登基，其父获得昭雪，他才回家生活。年轻时的朱载堉自号“狂生”，可见其性格刚毅倔强。在那落拓坎坷的十九年漫长岁月里，朱载堉潜心苦读乐律和历算，学识日增，并渐入治学佳境。

1591年，朱厚烷去世。作为长子的朱载堉本该继承王位，但他却上书神宗皇帝（1563年—1620年）要求辞官让国。经十五年七次上疏之后，皇上才予以允准。神宗感叹：“载堉恳辞王爵，让国高风，千古罕见。”朱载堉余生归隐故里，潜心著述。当年朝野上下，有口皆碑，称其为“天潢中之异人”。

【著作纵观】

据清代张廷玉（1672—1755）编著的《明史·艺文志》记载，朱载堉留下的主要著作最重要的是《乐律全书》四十卷，此外还有《嘉量算经》三卷、《圣寿万年历》一卷、《万年历备考》二卷、《历学新说》二卷，内容囊括音乐、天文、历法、数学、舞蹈、文学等多个领域。其主要作品及时间如下：

1560年，著《瑟谱》。

1567年，著《操缦古乐谱》、《旋宫合乐谱》。

1581年，著《律历融通》。

1584年，著《律吕新说》。

1594年—1596年间，著《律吕精义》。

朱载堉在《进律书奏疏》中说父亲对他的影响极大：“臣父昔年居凤阳时，彼时亲手操缦谱稿，藏诸篋笥，还国出以示臣，且谕臣曰：‘尔宜再润色之，为我著成一书，以便观览’。及有口授，指示甚详。”由此或可推测，朱载堉名下的一些作品特别是《操缦古乐谱》很可能是父子两人的合著。

据《明史·诸王列传》记载，1595年朱载堉“上历算岁差之法，及所著乐律书，考辨详确，识者称之”。这里提到的“乐律书”即《律吕新说》，而“历算岁差之法”则包括《圣寿万年历》、《万年历备考》、《律历融通》和《音义》。

1603年，朱载堉著《算学新书》。

1606年，他又编撰出版了由十五本著作汇集而成的《乐律全书》，包括：《律吕新说》、《乐学新说》、《算学新说》、《历学新说》、《操缦古乐谱》、《旋宫合乐谱》、《律吕精义》、《乡饮诗乐谱》、《六代小舞谱》、《小舞乡乐谱》、《二佾缀兆图》、《灵星小舞谱》、《圣寿万年历》、《万年历备考》、《律历融通》。

此外，朱载堉留下的尚有不明撰述年月的《韵学新说》、《先天图正误》、《嘉量算经》、《圆方勾股图解》、《律吕质疑辨惑》等。

名著《律吕精义》，提出了“新法密率”。他知道传统八度音的音阶与弦长比是 2:1，因此要将八度音阶按等程划分为十二份，每份作为一个“半音”，就需要把 1 到 2 的间隔划分成十二份的等比数列的比率设置为 2 的 12 次方根，即 $\sqrt[12]{2}$ （或写成 $2^{\frac{1}{12}}$ ）。这是因为从标准初始音值 1 开始，12 个 $2^{\frac{1}{12}}$ 的连乘积便是下一个整数音值 2。他甚至推算出每个半音的准确数值到小数点后 24 位： $2^{\frac{1}{12}} = 1.059463094359295264561825$ 。当年，朱载堉计算等程比率 $2^{\frac{1}{12}}$ 这个数字的方法如下：

先将 2 开平方，得到“蕤宾” = 1.414213562373095048801689

再继续将蕤宾开平方，得到“南吕” = 1.189207115002721066717500

再将南吕开立方，便得到半音的比率“应钟” = 1.059463094359295264561825

由此，他推导出十二等程律的全部精确数值：

$$\text{黄钟 } 2^{\frac{0}{12}} = 1.000000000000000000000000$$

$$\text{应钟 } 2^{\frac{1}{12}} = 1.059463094359295264561825$$

$$\text{无射 } 2^{\frac{2}{12}} = 1.122462048309372981433533$$

$$\text{南吕 } 2^{\frac{3}{12}} = 1.189207115002721066717500$$

$$\text{夷则 } 2^{\frac{4}{12}} = 1.259921049894873164767211$$

$$\text{林钟 } 2^{\frac{5}{12}} = 1.334839854170034364830832$$

$$\text{蕤宾 } 2^{\frac{6}{12}} = 1.414213562373095048801689$$

$$\text{仲吕 } 2^{\frac{7}{12}} = 1.498307076876681498799281$$

$$\text{姑洗 } 2^{\frac{8}{12}} = 1.587401051968199474751706$$

$$\text{夹钟 } 2^{\frac{9}{12}} = 1.681792830507429086062251$$

$$\text{太簇 } 2^{\frac{10}{12}} = 1.781797436280678609480452$$

$$\text{大吕 } 2^{\frac{11}{12}} = 1.887748625363386993283826$$



律吕相生图（钢琴键盘）

看到这里，一定会让人满腹狐疑了：朱载堉那个时代没有计算器也没有阿拉伯数字，他是怎么得到和表达这些复杂精确的数学结果的呢？

说起来也是，阿拉伯数字传入中国，大约在13-14世纪之间。但当时中国有“算筹”可用，没有人理睬阿拉伯数字。直到20世纪初，随着中国对欧洲现代数学的吸纳引进，阿拉伯数字才逐步被普及使用。当年，朱载堉为了表达这十二个长长的小数确实是大费周章。例如，上面的应钟倍率 $2\frac{1}{12}$ ，他就记为“十寸○五分九厘四毫六丝三忽○九纤四三五九二九五二六四五六一八二五”。这些表达已经令人不堪其烦了，真想象不出他下一步是如何进行演算的。

朱载堉用什么计算工具呢？好在那个时代中国的算盘了得，而他谙熟珠算还精通多种计算方法。事实上，他著有算学书《嘉量算经》和《算学新说》。令人意料不到的是，他竟然设计并使用了一个横跨八十一档的特大“算盘”作开方运算，硬是把2的12次方根计算出来，还精确到小数点后24位数字。这不能不说是一项破天荒的成就。



朱载堉设计使用的特大算盘（复制品）

多年之后，德国著名物理学家赫尔曼·冯·亥姆霍兹（Hermann von Helmholtz，1821年-1894年）在他1863年的名著《论音感》中说：“在中国，据说有一个王子叫载堉的，他在旧派音乐家的极力反对之下倡导七音阶。把八度分成十二个半音及其变调方法，也是这个有天才和技巧的王子发明的。”

《自然》杂志在1881年3月10日期号的第448-449页上发表了作家约翰·弗莱尔（John Flayer）写给爱尔兰物理学家约翰·廷德尔（John Tyndall，1820年-1893年）的一篇题为“声学在中国”的通信（1880年6月1日从上海投稿）。杂志还特地加上了编者按语：“可以看到，中国已经独一无二地对一条旧音律做出了现代科学意义上的纠正，并且用原始的乐器来作了核证。”弗莱尔在文章中写道：“在古代中国关于声学的研究里，弦或管产生八度或者十二度半音高低是通过其一半或双倍来实现的。”他还提到：“明朝朱载堉在一部著作里指出，这一规律只对弦成立，而对开口的管例如长笛短笛并不成立。”

【乐器调制】

朱载堉创建了十二等程律之后曾说过：“此盖二千余年之所未有，自我圣朝始也，学者宜尽心焉。”

事实上，朱载堉自己就是十二等程率的第一个并且是非常尽心的实践者。他制造了世界上第一部调音弦乐器“弦准”，用之证实理论的正确性和科学性。这就是上面提及的《自然》杂志编者按语说的“用原始的乐器来作了核证”。1582年，朱载堉还按十二等程率制作了一台斫琴，此琴今天依然保存在甘肃省博物馆里。



朱载堉制作的斫琴（甘肃省博物馆）

随后，朱载堉把他的十二等程率应用到管乐器。他注意到当管长和弦长一致时，管音和弦音并不相同，因之提出了适合于律管乐器的管口校正公式，使十三支管的管长等程率数值与弦相对应，并使各管的管径随音高递增而递减，得出著名的“异径管律”。

朱载堉去世后约两百五十年，他的“十二等程率”成为了国际音律标准。现代乐器的制造几乎都用十二等程律来定音。一个典型的例子是英国名牌 Broadwood 钢琴，该产品从 1842 年起一直都按十二等程律来设计和制造。

然而，朱载堉的十二等程律只是墙内开花墙外香。当欧洲人在赞美并践行朱载堉的普适音律时，他的成就和著作却在自己的国家里被置若罔闻。更且，历代皇朝都把历法和乐律视为朝廷圣物，认为它们关乎江山命运和社稷安危，不予流淌民间。到了清朝，乾隆皇帝（1711 年 - 1799 年）敕纂《乐律全书·校正条例》和《御制律吕正义后编》，在其中的《乐问》篇里大肆贬损朱载堉的“新法密率”，条列其十宗罪状，斥之为“臆说”，还令众多编纂官拟文对朱载堉大加批判。不过那是朱载堉的身后话了。

音律之外，朱载堉还研究了“舞学”，为多种舞蹈写歌配乐，绘画舞图，制定舞谱，留下了《六代小舞谱》、《小舞乡乐谱》、《二佾缀兆图》、《灵星小舞谱》等舞学著作。他的“天下太平”舞谱是今天团体操的最早范例。

【天文数学】

朱载堉也一个天文历法计算方面深有造诣的数学家。

朱载堉于 1581 年完成了重要著作《律历融通》四卷，之后还写了《黄钟历》。1595 年，他又写成《圣寿万年历》八卷以及《万年历备考》，并将两书统编为《历学新说》，最后把《律历融通》和《历学新说》合为《历书》。

《律历融通》为朱载堉关于律吕学研究的代表作，其中除律学之外还有大量的中国传统天文历法内容。其前二卷叙述了他本人关于传统历法研究的成果，在先秦以来的

“律历合一”思想框架下，整理出一套完整历法体系，史称“黄钟律历”。该历法成为元明两史《历志》校勘中引用最多的文献之一。其后二卷则详细阐述了“律吕学”的音律理论。

朱载堉认为当时沿用的历法计算每年的时间长度并不十分准确。他推算出了更为精确的计算回归年长度的公式。在1986年，天文学家们用现代高科技测量手段对朱载堉关于1554年和1581年这两年的回归年长度计算结果进行了检验，发现他的计算结果与今天的结果分别相差仅为17秒和21秒。

1595年10月，朱载堉向明神宗朱翊钧（1563年—1620年）进献《历书》并呈上《进历书疏》。他的奏疏内容主要包括：说明律吕学乃其祖训家学；报告明朝大统历含有差错，指出“大统与授时二历相较，考古则气差三日，推今则时差九刻”；劝说神宗取消民间禁历的法令，指出：“历数之学，历代所不禁也。设使当时民间果不敢私习，则其学绝传久矣，安得今日复有历法乎？”当年支持朱载堉的还有宦官天文学家邢云路（1549年—？）。他俩先后上疏，不期触怒神宗，让邢云路差点丢官丧命。而早已脱离皇室的世子朱载堉只是一介书生，虽无杀身之祸，但也无回天之力。他晚年隐居在九峰山下的丹水河畔，与樵夫渔夫作伴度过了余生。不过，那是后话了。

1583年来华的意大利传教士利玛窦（Matteo Ricci, 1552年—1610年）留下有两则书信，谈及当时关于朱、邢上疏改历的朝廷风波。其一为记述：“郑世子载堉于1595年10月向礼部进呈历书的同时，提出以下意见：‘新近闻悉，历法已经出现差误并且需要修订’。”其二为评论：“其实，郑世子载堉和邢云路二人虽然讨论了明代历法出现差误，但他们二人中任何一个都没有足够的科学知识去修订它。”

顺便提及，朱载堉还是一个计量学家。他对累黍定尺、古代货币和度量衡及其关系都有极其细密的调查研究，特别是关于历代度量衡制变迁的研究一直影响至今。他也精准地测定了水银密度。此外，朱载堉还是中国历史上精确计算出北京地理位置（北纬 $39^{\circ}56'$ ，东经 $116^{\circ}20'$ ）和洛阳地区磁偏角为 $4^{\circ}48'$ 的第一人。

【文学作品】

最后，朱载堉还算得上是个文学家。他留下散曲集《醒世词》含小令73首，以及《诵子令·驴儿样》、《山坡羊·富不可交》、《黄莺儿》、《七律·叹人敬富》、《山坡羊·十不足》、《黄莺儿·戒得志》、《黄莺儿·穷而乍富》等文学作品。其中，《山坡羊·十不足》颇为有趣，写尽了人心的贪婪：

逐日奔忙只为饥，才得有食又思衣。
置下绫罗身上穿，抬头又嫌房屋低。
盖下高楼并大厦，床前却少美貌妻。
娇妻美妾都娶下，又虑门前无马骑。
将钱买下高头马，马前马后少跟随。
家人招下数十个，有钱没势被人欺。
一铨铨到知县位，又说官小势位卑。

一攀攀到阁老位，每日思想到登基。
一日南面坐天下，又想神仙来下棋。
洞宾与他把棋下，又问哪是上天梯。
上天梯子未做下，阎王发牌鬼来催。
若非此人大限到，上到天梯还嫌低！

【后事及评价】

1611年即万历三十九年四月初六，朱载堉病逝，终年76岁，葬九峰山之原，获赐号“端清”，后人称其为“端清世子”。他的墓位于今天河南省沁阳市东北山王庄镇张坡村东郊，墓碑为其二子朱翊锡和朱翊钦在父亲逝世十三年后刻制。因朱载堉留下遗嘱，说死后不立神道碑，或只立无字碑，故此墓碑刻而未立，一直陈放在朱载堉所住的九峰寺屋檐之下。该碑文只简述了朱载堉的家世与生平。



朱载堉之墓及后人刻立之碑

1991年10月，位于沁阳市北寺街中段薛街1号的《朱载堉纪念馆》建成开馆。该馆址原为元朝第四代皇帝仁宗（1285年—1320年）落难居安的处所，也是后来朱载堉和他父亲郑恭王共同生活与进行乐律研究的地方，故亦称为“郑王乐府”。纪念馆有珍藏文物二百余件，包括许多实物、照片和图表，辅以模型、雕塑和音像，重现了朱载堉的落拓坎坷生平及其在科学及文史领域的非凡成就。

朱载堉无疑是中国历史上一位最杰出的乐律学家。英国学者李约瑟（Joseph Needham, 1900年—1995年）在他的名著《中国科学技术史》中对朱载堉有一个综合评价：“朱载堉发明的十二等程律，现在谁也不能推翻它、动摇它。全世界各文明国家的乐器，十之八九都依着他的方法去制造”，他是一位“东方文艺复兴式的圣人”，也是一位“真正的世界历史文化名人”。



致谢：感谢老朋友王士元（William S-Y. Wang）教授的推介和支持