

达朗贝尔，他远不止是一个数学家和力学家

陈关荣

(香港城市大学)

学过微积分的人都知道“达朗贝尔”，因为教科书里有非常重要的达朗贝尔无穷级数敛散性判别方法，也称为比值判别法。这位让-巴蒂斯特·勒朗·达朗贝尔（Jean-Baptiste le Rond d'Alembert, 1717年11月16日—1783年10月29日）是法国数学家、力学家和启蒙时代的先知。



图1 达朗贝尔肖像（1777）

（油画家 Catherine Lusurier 作品，巴黎 Carnavalet 历史博物馆珍藏品）

【一】

达朗贝尔是法国皇家炮兵军官路易-加缪·德斯塔什（Louis-Camus Destouches, 1668–1726）的私生子，母亲丹辛夫人（Madame de Tencin, 1682–1749）是巴黎上

层社会名流。丹辛夫人为着自己的名声，把初生婴儿弃置在巴黎圣·让·勒朗（Saint-Jean-le-Rond de Paris）教堂石阶上。婴儿被人捡起，得到父亲认领。父亲随后把婴儿送给了玻璃工匠亚历山大·卢梭（Alexandre N. Rousseau）夫妇。养父给他以教堂取名，叫做“让·勒朗”。往后几年中，生父匿名地为卢梭夫妇提供了足够的资金以养育孩子。

达朗贝尔4岁时被送去一家寄宿学校，12岁时就读于一所 Jansenism 信徒主办的 Collège des Quatre Nations 学院，该校也按创建人名字称为 Mazarin 学院。在这所教会学校里，达朗贝尔学到了很多数理知识。不过，在那里他始终不认同神学，没有信奉宗教。

1733年，16岁的达朗贝尔从学院毕业。1736年，他跟从数学教师 Léonor Caron（生卒年月不详）以“粒子与系统的力学”为主题的研究成果获得该校高等学位。随后，他回到了养父母家，在那里生活至1765年47岁时才因病离开。不过那是后话。

由于不愿进入宗教界，达朗贝尔转到一所法律学院学习法律，并在那里正式取定姓氏为“达朗贝尔”。1738年，达朗贝尔当上了律师，但从未正式执业。他接着又学习过医药，但他觉得医药比神学更不可信。从那时起，他自学了许多数学。间中，他会有一些“数学发现”，不过很快自己便发现那些“新结果”其实早已存在于文献之中。

【二】

1739年，22岁的达朗贝尔在法国科学院（Académie Française）宣读了他关于积分研究的第一篇论文“积分计算研究报告”（Mémoire sur le calcul intégral）。达朗贝尔在该文中还报告了他发现查尔斯-雷内·雷诺（Charles-René Reyneau, 1656–1728）编写的标准教材《论证分析》（Analyse démontrée）中的一些错误。这虽然意义不大，但标志着他数学研究的发端。

1741年，他又发表了论文“固态物体折射研究报告”（Mémoire sur le réfraction des corps solides）。他是第一个对这种折射现象给出理论解释的人，指出当固态物体从一种流体转移到另一种密度更高的流体时，其运动方向并不垂直于分隔两种流体的接触面。

1743年，26岁的达朗贝尔发表了一篇奠基性论文“动力学特性”（Traité de dynamique），他把力学归结为惯性力、合成运动以及平衡等三个基本原理。文中他研究了有约束的物体运动，创立了后来著名的“达朗贝尔原理”。该原理说，对于任意一个由粒子组成的物理系统，所有惯性力或施加的外力在经过符合约束条件的虚位移后所作的虚功总和等于零。也就是说，在研究这类物理系统的运动时，人们无需去顾虑惯性力或约束力所作的虚功。

1744年，达朗贝尔将他的原理应用于流体，发表了论文“流体的平衡和运动特性”（Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides）。这个理论为流体力学的分析提供了一种与瑞士数学家丹尼尔·伯努利（Daniel Bernoulli, 1700–1782）不一样但同等有效的方法。

1746年和1748年，达朗贝尔在《柏林科学院研究报告》（Memoiren der Berliner Akademie der Wissenschaften）中先后发表了两篇关于积分学研究的重要论文。1747年，他基于偏差分计算研究了流体“风形成的一般原理”（Réflexion sur la cause générale des vents）。他的这一工作后来被莱昂哈德·欧拉（Leonhard Euler，1707–1783）作了极大推广。

1749年，达朗贝尔发表了论文“张紧的弦之振动研究”（Recherches sur la courbe que forme une corde tenduë mise en vibration），首次建立了波动方程，并于1750年证明了其中变量之间的函数关系。后来，到了1763年，他进一步讨论了不均匀弦的振动，并建立了广义波动方程。

1749年，达朗贝尔在对流动阻力问题的研究中得出了一个有趣的“达朗贝尔佯谬”（d'Alembert's paradox）：他证明了，对于不可压缩和无粘性的势流（potential flow），当物体相对于流体以恒定速度移动时，物体将不会受到来自流体的阻力。但是，这与实际上在相对于流体（比如空气和水）运动中所观测到的阻力现象相悖。当然，后来发现这与理论中一些条件例如无粘性假设有关，其实佯谬并不存在。当年，达朗贝尔的这些工作获得了德国柏林科学院的特别奖励，并选举他成为外籍院士。

1740年代末，达朗贝尔、欧拉以及法国数学和天文学家亚历克西斯-克劳德·克莱罗（Alexis-Claude Clairaut，1713–1765）都在研究著名的三体问题，并各自取得了不同程度的进展。后来，达朗贝尔和克莱罗因为思想和方法比较雷同，双方逐步发生了诸多争执最后甚至变得相当敌对。

1752年，达朗贝尔发表了一篇极具影响的论文“关于流体阻力的新理论”（Essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides）。

1754年–1756年间，达朗贝尔研究了天体运动的一些重要问题，分三册发表了论文“天文体系一些不同要点的研究”（Recherches sur différents points importants du système du monde）。他解释了天文学中的岁差问题，测定了岁差的数量并给出了行星摄动问题的完整解答，还清晰地阐明了地轴固有的“点头”摇晃现象的成因。

【三】

1746年，达朗贝尔应著名哲学家、文艺批评家和作家丹尼斯·狄德罗（Denis Diderot，1713–1784）的邀请出任《百科全书》（Dictionnaire Encyclopédie）副主编。法国这套《百科全书》是启蒙运动的纪念碑，也是人类精神发展史上的里程碑，它标志着一个新时代的来临。

达朗贝尔为1751年出版的《百科全书》第一卷写了“全书概览”（Discours préliminaire de L'Encyclopédie）。文中，达朗贝尔综述了科学的产生和发展概况。他在英国哲学家弗朗西斯·培根（Francis Bacon，1561–1626）建立的框架下，对科学作了分门别类的介绍，第一次将逻辑、历史、法律、经济、政治等多方面的科学、文学和艺术综合为“关于人的科学”，为现代人文科学奠定了基础。该文被誉为“启蒙运动的纲领”。

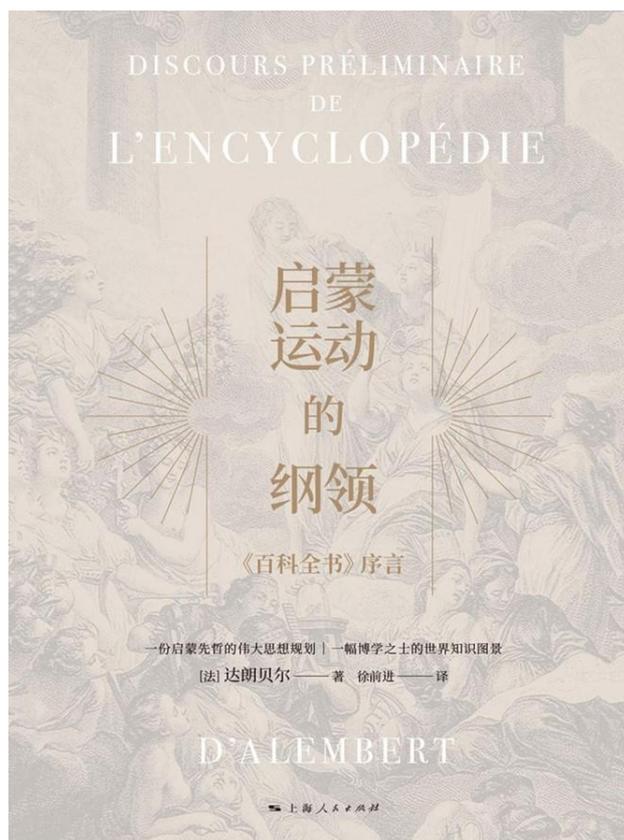


图2 达朗贝尔为《百科全书》第一卷写的“全书概览”

达朗贝尔主要负责为《百科全书》撰写数学、物理和天文学方面的条目，但也为全书的前两卷写了几篇文学文章。这些文章扩大了他的声誉，但也给他带来了争议。他的文章为文学家的独立性作了一次有价值的辩护，并揭露了文学赞助制度带来的负面影响。他的观点当时受到了来自政治和宗教多方面的猛烈批评。此外，他也和《百科全书》重要拟稿人、瑞士裔的法国思想家和哲学家让-雅克·卢梭（Jean-Jacques Rousseau, 1712–1778）打过一场笔仗。

《百科全书》在1751年–1765年间完成，共17卷约18,000页的文字，另有在1762年–1772年间完成的11卷图形集。

1751年，达朗贝尔获得了法国科学院资深院士查尔斯-路易·孟德斯鸠（Charles-Louis de Secondat Montesquieu, 1689-1755）的院士候选人提名。孟德斯鸠男爵是极富盛名的启蒙思想家、国家三权分立学说和法学理论的奠基人。但达朗贝尔到1754年才通过了第四次遴选而成为法国科学院院士。12月18日，他作为新院士在法国科学院作了题为“初步讨论”（Discours préliminaire）的演说，综述了各门科学的兴起和发展及其联系。

1758年，由于教会和官方的多重压力，达朗贝尔退出了《百科全书》的编辑工作。

1759年，达朗贝尔出版了他最重要的著作之一，5卷的《历史、哲学和文学综论》（Melanges de Litterature d'Histoire et de philosophie），详细讨论了多个不同科学门类的基本要素及其研究方法。

1772年起，达朗贝尔担任法国科学院的常任秘书。在任期间，他提出编写一部“法国科学院院士史”，计划包含所有在 1700 年–1772 年期间去世的院士的传记。但该宏图大计后来没有实现。

1761年–1780年间，达朗贝尔并没有中断他的数学研究，并出版了8卷《数学论丛》（Opuscules mathématiques）。

特别是，达朗贝尔在《百科全书》第1754章一个题为“微分”（Différentiel）的条目中给出了“极限”概念比较明确的刻画。他也是最早理解“函数”重要性的数学家之一。在《数学论丛》第5卷，他将函数的导数定义为增量商的极限。这表明他看到了让当年模糊的极限概念甚至整个微积分学走出困境的方向，可惜他没能在这条正确的道路上走得更远，例如未能从极限出发推导出微积分学的一些基本规则和定理。不过，他关于极限的想法让他正确地得到了一个无穷级数敛散性的检验方法，即本文一开头提到的微积分学中的“达朗贝尔比值判别法”。

此外，达朗贝尔在数学概率论方面也做了一些有意义的工作，特别是发明了赌博中的一种有趣的游戏规则，称为“达朗贝尔系统”（d'Alembert system 或 Progression d'Alembert），其原理还被应用作投资策略。

有趣的是，代数学的基本定理（每个具有复系数的非常数单变量多项式至少有一个复根）在法国被称为“达朗贝尔定理”，因为他给出了第一个证明，但有时也称为“达朗贝尔–高斯定理”因为卡尔·高斯（J. Carl F. Gauss, 1777-1855）指出了他证明中的一个错误并作了更正。

作为历史，这里顺便提及，达朗贝尔在研究数学、力学和哲学期间，由于各种原因，他和克莱罗、丹尼尔·伯努利、欧拉以及让-雅克·卢梭都有过一些令双方不愉快的学术交往。因无伤大雅，在此不细说了。

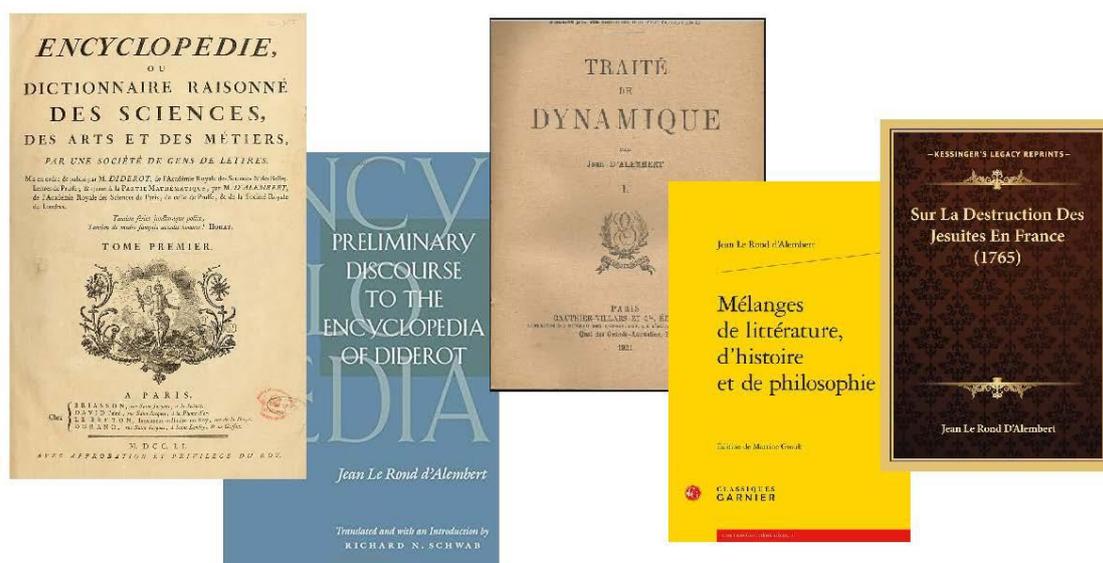


图3 达朗贝尔主要著作选示

【四】

除了德国柏林科学院和普鲁士科学院，欧美好几个国家的科学院都遴选他为外籍院士，包括俄罗斯圣彼得堡科学院（1764）和美国艺术与科学院（1781）。

作为科学家的达朗贝尔非常关注和支持青年学者及他们的研究工作。他曾推荐欧拉的博士生约瑟夫-路易斯·拉格朗日（Joseph-Louis Lagrange, 1736–1813）到普鲁士科学院工作。当然，他也推荐了自己唯一的一个博士生皮埃尔-西蒙·拉普拉斯（Pierre-Simon Laplace, 1749–1827）到巴黎科学院工作。

达朗贝尔拒绝将科学方法论应用于哲学形而上学的讨论中。因此，他否认了法国近代哲学和解析几何创始人勒内·笛卡尔（René Descartes, 1596–1650）方法论的某些方面，而这些方面在法国至今仍然被广泛接受。反之，达朗贝尔继承了当年颇具争议的牛顿科学研究方法。他自己的分析方法是把复杂问题分解为简单组成部分然后再回头重构整体。达朗贝尔极力主张把科学讨论限制在可以客观测量和观察的范围之内，以图避免依赖于推测而不是验证的形而上学以至神学的论证方法。

达朗贝尔的哲学观念和思辨引起了极富盛名的法国哲学家、文学家和历史学家德·伏尔泰（M. de Voltaire, 1694–1778）的关注。1756年，伏尔泰邀请达朗贝尔来到他旅居的瑞士日内瓦访问。期间，伏尔泰建议达朗贝尔撰写一篇关于日内瓦的文章。为此，达朗贝尔于1757年写了一篇题为“日内瓦”（Genève）的文章。可能是伏尔泰提供关于该城市相对自由的新教的信息不够完整的缘故，达朗贝尔把该市的宗教领袖与北意大利思想自由的基督索西尼派（Socinians）进行了比较，结果在日内瓦社会上引起了相当强烈的反弹。不过，达朗贝尔并未退缩，他在1765年又匿名出版了一本更加尖锐当然也倍受抨击的小册子《法国耶稣会的毁灭》（*Sur la destruction des Jésuites en France*）。当然，大家都猜出了作者是谁，于是达朗贝尔翌年干脆用实名把文章重发了一次。

也许因为达朗贝尔不但是个著名的科学家还是个极具争议的人物，当年他的名声响遍欧洲。这崇高声誉不止一次地为他提供了可以去谋取更显赫职位和获得更丰盈收入的机会。早在1748年，德国腓特烈大帝（Frederick II of Prussia, 1712–1786）就数次邀请达朗贝尔到德国任职，特别是到柏林科学院担任终身理事（permanent secretary），但都被达朗贝尔婉谢了。后来，达朗贝尔向大帝推荐了欧拉，但建议没有得到接纳。欧拉于1766年应俄罗斯女王叶卡捷琳娜二世（Catherine II of Russia, 1729–1796）邀请去了圣彼得堡科学院，并在那里度过了余生。事实上，女王叶卡捷琳娜二世在1762年也邀请过达朗贝尔去当她儿子的家庭教师，年薪10万法郎（约1.5万美元），但被达朗贝尔谢绝。之后，女王再次提议，并保证给他提供更好的待遇甚至许诺让他加入俄国皇家法院，可是达朗贝尔依然拒绝了。叶卡捷琳娜二世的邀请信至今被保存在法国科学院的会议记录中。不过，早年即1755年教皇本笃十四世（Pope Benedict XIV, 1675–1758）推荐了达朗贝尔为意大利博洛尼亚学会（Institute of Bologna）院士并成功地让他接纳了苏格兰著名哲学家、经济学家和历史学家大卫·休谟（David Hume, 1711–1776）的一份200英镑遗产。

顺便提及，达朗贝尔对音乐非常感兴趣。1779年，他发表了一篇题为“音乐理论实践的要害”（*Éléments de musique théorique et pratique*）的文章，综合介绍并评论了法国巴洛克时期（Baroque era）著名音乐理论家和作曲家让-菲利普·拉莫（Jean-

Philippe Rameau, 1683–1764) 的作品, 还声称他“澄清、发展和简化”了拉莫的音乐理论。

【五】

达朗贝尔终身未娶, 始终过着一种平静而简朴的生活。他极少外出旅行, 除了到德国拜见腓特烈大帝和到瑞士日内瓦访问伏尔泰之外, 从来没有离开过法国。他四十多岁时在艺术家杜德凡夫人 (Madame du Deffand, 1696–1780) 的家中认识了一位德·莱斯皮纳斯小姐 (Mademoiselle de Lespinasse, 1732–1776)。1765 年达朗贝尔生了一场大病, 莱斯皮纳斯小姐把他从养父母处接到了自己的家中, 悉心照料他至完全康复。从那时起, 两人相恋直到 1776 年德·莱斯皮纳斯小姐去世。她的死对达朗贝尔打击极大, 让他从此一蹶不振。

达朗贝尔一直在抱怨 1765 那场大病之后, 由于各种原因, 他的注意力不再能够集中在数学研究上了。他在 1777 年写给拉格朗日的一封信中说道: “最让我遗憾的是, 几何学是我唯一真正感兴趣的领域, 但目前我却没有可能继续去做研究了。我在文学方面所做的一切, 虽然在法国科学院各种公开会议上很受欢迎, 但对我来说它只是用来填补缺乏有更好事情可做的一种方式。”

1783 年 10 月 29 日, 达朗贝尔在巴黎因膀胱疾病去世, 享年 66 岁。由于达朗贝尔生前反对宗教, 巴黎市政府拒绝为他举行葬礼。当这位科学巨匠离开人世时, 没有隆重仪式和缅怀追悼。他被静静地安葬在巴黎市郊一个无名墓地里。不过, 朋友们都记得他生前留下的一句俏皮话: “哲学家是个傻瓜, 生前折磨自己, 死后被人议论。”

当然, 数学家和力学家们更记得达朗贝尔。自 1984 年起, 法国数学会 (SMF) 便设立了“达朗贝尔奖”, 每两年颁发一次, “旨在鼓励向广大民众传播数学知识”的个人和团体。从 2003 年开始, 美国机械工程师学会 (ASME) 也设立了“达朗贝尔奖”, 每年颁发一次, 主要奖励有长期和重要贡献的力学家和机械工程师。



图 4 达朗贝尔肖像 (1753)
(油画家 Maurice Quentin de la Tour 作品, 巴黎罗浮宫珍藏品)

本文以狄德罗与达朗贝尔这两位《百科全书》总编辑的一段对话作结（节选自 1830 年出版的《狄德罗哲学选集》，是狄德罗 1769 年留下的一篇谈话录手稿）：

狄德罗：我的朋友，如果你仔细想一想，你就会发现，“不管对什么事情，我们真正的看法都不是我们从来不动摇的那个看法，而是我们惯常回到那个看法”。

达朗贝尔：我想你说得有道理。

狄德罗：我也是这样想。我的朋友，“请记住，你是尘土做的，你也是要复归尘土的”。

达朗贝尔：这是很可悲的。

狄德罗：然而这是必然的。如果你答应给人这样一件东西——我不说长生不死，只说双倍的寿命——你就会看到有某种事情发生。

达朗贝尔：你期待什么样的事情发生呢？但是这和我有什么相干呢？让它怎样发生就怎样发生吧。好啦，我要睡觉了，晚安！



图 5 《狄德罗哲学选集》
(江天骥等译，商务印书馆，2011)